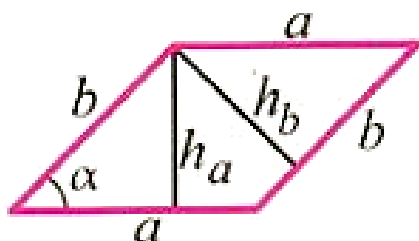


## ТЕМА: Чотирикутники. Трикутники. Коло. Площі фігур.

Мета: 1. Повторити (вивчити) основні формули (факти) з теми.

2. Виконати індивідуальну контрольну роботу.

### ЧОТИРИКУТНИКИ

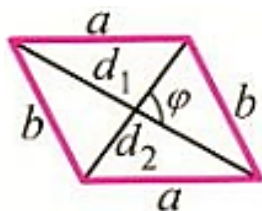


#### 1. Паралелограм

$$S = ah_a = bh_b$$

$$S = ab \cdot \sin\alpha$$

$$d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2)$$

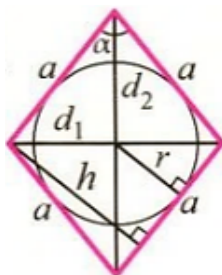


$$S = \frac{d_1 d_2 \sin\varphi}{2}$$

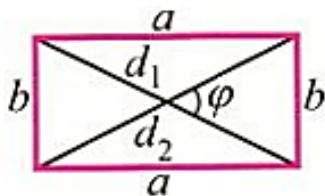
#### 2. Ромб ( $h$ - висота, $d_1, d_2$ - діагоналі)

$$S = \frac{d_1 d_2}{2}$$

$$S = a^2 \sin\alpha$$

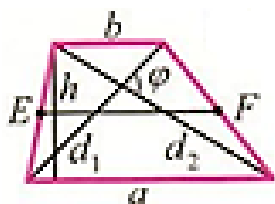


#### 3. Прямокутник



$$S = ab = \frac{d_1 d_2 \sin\varphi}{2}$$

#### 4. Трапеція ( $h$ - висота, $d_1, d_2$ - діагоналі, $EF$ - середня лінія)



$$EF = \frac{a+b}{2}; \quad S = \frac{d_1 d_2 \sin\varphi}{2}$$

$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h = EF \cdot h$$

## ТРИКУТНИКИ

Довільний трикутник ( $c > b \Leftrightarrow \gamma > \beta$ )

Сума кутів трикутника

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

Зовнішній кут трикутника

$$\delta = \alpha + \beta$$

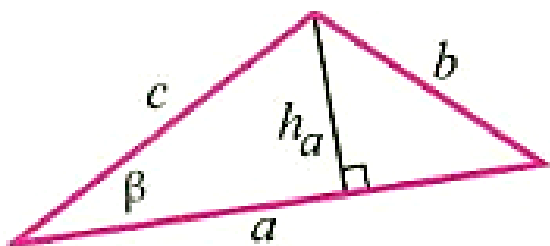
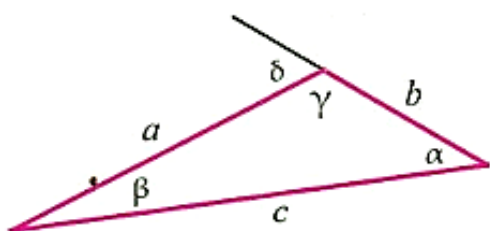
Теорема косинусів

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos\beta$$

Теорема синусів

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$$

(де  $R$  – радіусописаного кола).

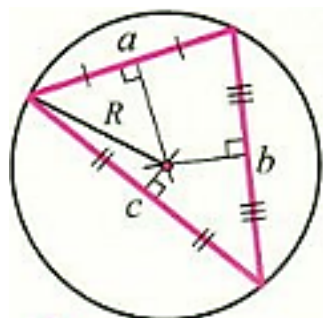


$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

$$S = \frac{1}{2} ac \cdot \sin\beta$$

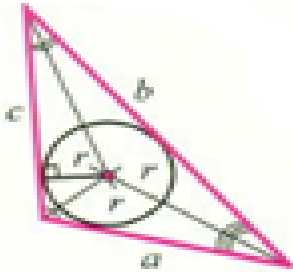
$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$$

$$\text{де півпериметр } p = \frac{a+b+c}{2}$$



Центр описаного кола – точка перетину серединних

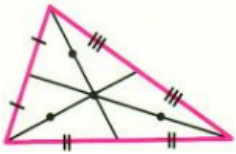
перпендикулярів  $R = \frac{abc}{4S}$



Центр вписаного кола – точка  
перетину бісектрис  $r = \frac{2S}{a+b+c}$

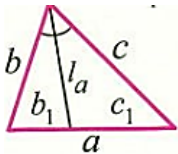
### Деякі властивості медіан, висот, бісектрис

Медіани перетинаються в одній точці і точкою перетину діляться у відношенні 2:1 (рахуючи від вершини)



Довжина медіани

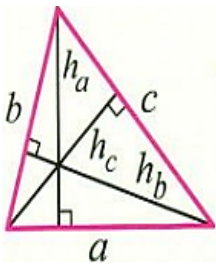
$$m_a = \frac{1}{2} \sqrt{2(b^2 + c^2) - a^2}$$



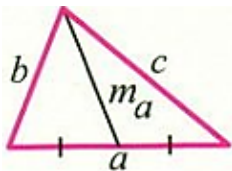
Довжина бісектриси

$$l_a = \sqrt{bc - b_1c_1}$$

$$l_a = \frac{\sqrt{bc(a+b+c)(b+c-a)}}{b+c}$$

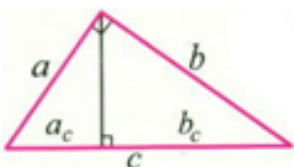


$$h_a : h_b : h_c = \frac{1}{a} : \frac{1}{b} : \frac{1}{c}$$



$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}, \text{ де } r - \text{ радіус вписаного кола}$$

### Прямокутний трикутник



Теорема Піфагора

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad S = \frac{ab}{2}$$

$$h = \frac{ab}{c} = \sqrt{a_c b_c}; \quad a = \sqrt{a_c c}; \quad b = \sqrt{b_c c}$$

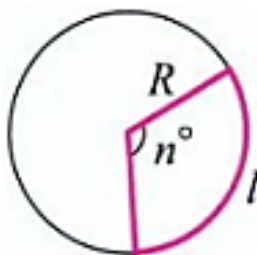
Радіус вписаного кола  $r = \frac{ab}{a+b+c}$ ,  $r = \frac{a+b-c}{2}$

Радіус описаного кола  $R = \frac{c}{2}$

## КОЛО

Довжина кола  $l = 2\pi R$

Площа круга  $S = \pi R^2$



Площа кругового

сектора  $S = \frac{\pi R^2}{360^\circ} \cdot n^\circ$

Довжина дуги  $l = \frac{\pi R}{180^\circ} \cdot n^\circ$

( $n^\circ$  - градусна міра центрального кута)

### Індивідуальне домашнє завдання

(Номер варіанта вибрати відповідно порядковому номеру списку журналу)

1. Прямокутний трикутник з катетами  $a$ ,  $b$ , гіпотенузою  $c$  та кутами  $A$ ,  $B$ .

Розв'язати задачу в аналітичний спосіб.

2. Довільний трикутник зі сторонами  $a$ ,  $b$ ,  $c$  та кутами  $A$ ,  $B$ ,  $C$ . Розв'язати задачу в аналітичний спосіб

3,4 Розв'язати задачу в аналітичний спосіб.

#### Варіант 1

1 Дано:  $a = 12$  см,  $B = 60^\circ$ . Знайти  $b$ ,  $c$ ,  $A$

2 Дано:  $a = 10$  см,  $b = 12$  см,  $c = 16$  см. Знайти  $A$

3 Периметр довільного трикутника дорівнює 30 см. Одна з його сторін дорівнює 10 см, друга - 8 см. Знайти площу трикутника.

4 Менша із сторін паралелограма дорівнює 16 см, більша - 26 см, а гострий його кут  $30^\circ$ . Знайти меншу діагональ паралелограма, якщо його площа  $24$  см<sup>2</sup>.

#### Варіант 2

1 Дано:  $b = 1$  см,  $A = 60^\circ$ . Знайти  $a$ ,  $c$ ,  $B$

2 Дано:  $a = 10$  см,  $b = 12$  см,  $A = 30^\circ$ . Знайти  $B$

3 Діагоналі ромба дорівнюють 10 см і 12 см. Знайти площу ромба.

4 Одна із сторін довільного трикутника дорівнює 25 см, друга – 17 см. Висота, що опущена на третю сторону трикутника, дорівнює 15 см. Знайти площу трикутника.

Варіант 3

1 Дано:  $c = 12$  см,  $B = 30^\circ$ . Знайти  $a$ ,  $b$ ,  $A$

2 Дано:  $a = 10$  см,  $c = 16$  см,  $C = 45^\circ$ . Знайти  $A$

3 Катети прямокутного трикутника дорівнюють 6 см та 8 см. Знайти площу трикутника.

4 Менша основа трапеції дорівнює 4 см, а бічні сторони 10 см та 6 см. Знайти площу трапеції.

Варіант 4

1 Дано:  $a = 12$  см,  $c = 24$  см. Знайти  $b$ ,  $A$ ,  $B$

2 Дано:  $a = 10$  см,  $b = 11$  см,  $c = 15$  см. Знайти  $C$

3 Задана прямокутна трапеція з бічною стороною 17 см та основами 10 см та 18 см. Знайти площу трапеції.

4 Сторона правильного трикутника дорівнює 6 см. Знайти радіус описаного кола навколо трикутника.

Варіант 5

1 Дано:  $b = 6\sqrt{2}$  см,  $c = 12$ . Знайти  $a$ ,  $B$ ,  $A$

2 Дано:  $a = 10$  см,  $b = 12$  см,  $A = 45^\circ$ . Знайти  $B$

3 Заданий рівнобедрений трикутник з бічною стороною 10 см та основою 16 см. Знайти площу трикутника.

4 Менша із сторін паралелограма дорівнює 16 см, а гострий його кут  $30^\circ$ . Знайти меншу діагональ паралелограма, якщо площа паралелограма дорівнює  $208 \text{ см}^2$

Варіант 6

1 Дано:  $a = 10$  см,  $A = 45^\circ$ . Знайти  $b$ ,  $c$ ,  $B$

2 Дано:  $a = 8$  см,  $b = 10$  см,  $c = 16$  см. Знайти  $B$

3 Сторона квадрата дорівнює 6 см. Знайти радіус вписаного кола в квадрат.

4 Дві сторони паралелограма відносяться як 2:5, а периметр його дорівнює 9,8 см. Знайти сторони паралелограма.

Варіант 7

1 Дано:  $c = 14$  см,  $A = 30^\circ$ . Знайти  $a$ ,  $b$ ,  $B$

2 Дано:  $a = 10$  см,  $c = 12$  см,  $A = 60^\circ$ . Знайти  $C$

3 Діагональ квадрата дорівнює 6 см. Знайти площу квадрата

4 Один з кутів паралелограма більше другого на  $36^\circ$ . Знайти кути паралелограма.

Варіант 8

1 Дано:  $c = 12$  см,  $A = 60^\circ$ . Знайти  $a$ ,  $b$ ,  $B$

2 Дано:  $b = 10$  см,  $c = 16$  см,  $C = 45^\circ$ . Знайти  $B$

3 Заданий рівнобедрений трикутник з основою 16 см, площа якого дорівнює  $120 \text{ см}^2$ . Знайти бічні сторони.

4 Менша з основ рівнобедреної трапеції дорівнює 4 см, бічна сторона 10 см, висота 6 см. Знайти площу трапеції.

#### Варіант 9

1 Дано:  $v = 2 \text{ см}$ ,  $c = 4 \text{ см}$ . Знайти  $a$ ,  $A$ ,  $B$

2 Дано:  $a = 13 \text{ см}$ ,  $v = 14 \text{ см}$ ,  $c = 16 \text{ см}$ . Знайти  $B$

3 Задана прямокутна трапеція з бічною стороною 26 см та основами 12 см та 36 см. Знайти площу трапеції.

4 Сторона правильного шестикутника дорівнює 10 см. Знайти площу шестикутника

#### Варіант 10

1 Дано:  $a = 4\sqrt{2} \text{ см}$ ,  $c = 8$ . Знайти  $v$ ,  $B$ ,  $A$

2 Дано:  $c = 10 \text{ см}$ ,  $v = 12 \text{ см}$ ,  $A = 60^\circ$ . Знайти  $B$

3 Гіпотенуза прямокутного трикутника дорівнює 10 см, медіана, що проведена до гіпотенузи дорівнює 5 см. Знайти площу трикутника.

4 Діаметр кола дорівнює 12 см. Знайти довжину кола та площу кола.

#### Варіант 11

1 Дано:  $a = 9 \text{ см}$ ,  $B = 30^\circ$ . Знайти  $v$ ,  $c$ ,  $A$

2 Дано:  $a = 11 \text{ см}$ ,  $v = 13 \text{ см}$ ,  $c = 17 \text{ см}$ . Знайти  $A$

3 Периметр довільного трикутника дорівнює 40 см. Одна з його сторін дорівнює 12 см, друга – 18 см. Знайти третю сторону трикутника.

4 Менша із діагоналей паралелограма дорівнює 10 см, а більша – 20 см, гострий його кут  $30^\circ$ . Знайти сторони паралелограма, якщо його периметр 48 см

#### Варіант 12

1 Дано:  $v = 18 \text{ см}$ ,  $A = 45^\circ$ . Знайти  $a$ ,  $c$ ,  $B$

2 Дано:  $a = 20 \text{ см}$ ,  $v = 32 \text{ см}$ ,  $A = 60^\circ$ . Знайти  $B$

3 Заданий ромб зі стороною 10 см та меншою діагоналлю 12 см. Знайти площу ромба

4 Одна із сторін довільного трикутника дорівнює 25 см, друга – 17 см. Висота, що опущена на третю сторону трикутника, дорівнює 15 см. Знайти площу трикутника.

#### Варіант 13

1 Дано:  $c = 22 \text{ см}$ ,  $B = 60^\circ$ . Знайти  $a$ ,  $v$ ,  $A$

2 Дано:  $a = 6 \text{ см}$ ,  $c = 11 \text{ см}$ ,  $C = 35^\circ$ . Знайти  $A$

3 Діагональ квадрата дорівнює  $3\sqrt{2} \text{ см}$ . Знайти площу квадрата.

4 Менша основа трапеції дорівнює 4 см, а бічні сторони 10 см та 6 см. Знайти площу трапеції.

#### Варіант 14

- 1 Дано:  $a = 2\sqrt{3}$  см,  $c = 4$  см. Знайти  $b, A, B$
- 2 Дано:  $a = 14$  см,  $b = 13$  см,  $c = 18$  см. Знайти  $C$
- 3 Діагоналі ромба дорівнюють 16 см та 12 см. Знайти сторони ромба
- 4 Сторона правильного трикутника дорівнює 6 см. Знайти радіус кола вписаного в трикутник.

Варіант 15

- 1 Дано:  $b = 5\sqrt{2}$  см,  $c = 10$ . Знайти  $a, B, A$
- 2 Дано:  $a = 1$  см,  $b = 2$  см,  $A = 45^\circ$ . Знайти  $B$
- 3 Площа правильного трикутника дорівнює  $9\sqrt{3}$  см<sup>2</sup>. Знайти сторону трикутника
- 4 Менша із сторін паралелограма дорівнює 16 см, а гострий його кут  $30^\circ$ . Знайти меншу діагональ паралелограма, якщо периметр паралелограма дорівнює 80 см.

Варіант 16

- 1 Дано:  $a = 18$  см,  $A = 30^\circ$ . Знайти  $b, c, B$
- 2 Дано:  $a = 18$  см,  $b = 20$  см,  $c = 26$  см. Знайти  $B$
- 3 Діагональ рівнобедреної трапеції утворює з бічною стороною кут  $90^\circ$ . Знайти площу трапеції, якщо її бічна сторона дорівнює 10 см, а більша основа 26 см.
- 4 Сторона квадрата дорівнює 10 см. Знайти радіус кола описаного навколо квадрата.

Варіант 17

- 1 Дано:  $c = 14$  см,  $A = 45^\circ$ . Знайти  $a, b, B$
- 2 Дано:  $a = 12$  см,  $c = 22$  см,  $A = 30^\circ$ . Знайти  $C$
- 3 Площа ромба дорівнює  $8\sqrt{3}$  см<sup>2</sup>, а гострий кут  $60^\circ$ . Знайти сторони ромба
- 4 Один з кутів паралелограма більше другого на  $60^\circ$ . Знайти кути паралелограма.

Варіант 18

- 1 Дано:  $c = 12$  см,  $A = 60^\circ$ . Знайти  $a, b, B$
- 2 Дано:  $b = 15$  см,  $c = 18$  см,  $C = 30^\circ$ . Знайти  $B$
- 3 Площа рівнобедреного трикутника дорівнює 48 см<sup>2</sup>. Знайти його бічну сторону, якщо основа дорівнює 8 см.
- 4 Менша з основ рівнобедреної трапеції дорівнює 6 см, бічна сторона 26 см, висота 24 см. Знайти площу трапеції.

Варіант 19

- 1 Дано:  $b = 3$  см,  $c = 6$  см. Знайти  $a, A, B$
- 2 Дано:  $a = 3$  см,  $b = 4$  см,  $c = 6$  см. Знайти  $B$
- 3 Сторони трикутника дорівнюють 10 см, 17 см та 21 см. Знайти його площу
- 4 Сторони паралелограма дорівнює 16 см та 20 см, гострий його кут  $30^\circ$ . Знайти меншу діагональ паралелограма.

Варіант 20

- 1 Дано:  $a = 6\sqrt{2}$  см,  $c = 12$ . Знайти  $b$ ,  $B$ ,  $A$
- 2 Дано:  $c = 1$  см,  $a = 4$  см,  $B = 60^\circ$ . Знайти  $A$
- 3 Площа прямокутника дорівнює  $48$  см<sup>2</sup>, а його діагональ  $10$  см. Знайти сторони прямокутника.
- 4 Дві сторони трикутника дорівнюють  $17$  см та  $25$  см, його висота  $15$  см. Знайти площу трикутника.

Варіант 21

- 1 Дано:  $a = 19$  см,  $B = 30^\circ$ . Знайти  $b$ ,  $c$ ,  $A$
- 2 Дано:  $a = 11$  см,  $b = 13$  см,  $c = 17$  см. Знайти  $C$
- 3 Площа паралелограма дорівнює  $24$  см<sup>2</sup>, а його сторони дорівнюють  $6$  см та  $8$  см. Знайти кути паралелограма.
- 4 Бічні сторони трапеції дорівнюють  $10$  см та  $17$  см, основи  $11$  см та  $32$  см. Знайти площу трапеції.

Варіант 22

- 1 Дано:  $b = 8$  см,  $A = 45^\circ$ . Знайти  $a$ ,  $c$ ,  $B$
- 2 Дано:  $a = 6$  см,  $b = 8$  см,  $A = 60^\circ$ . Знайти  $B$
- 3 Площа ромба дорівнює  $96$  см<sup>2</sup>. Знайти його діагоналі, якщо сторона ромба дорівнює  $10$  см.
- 4 Сторона правильного шестикутника дорівнює  $6$  см. Знайти радіус кола вписаного в шестикутник.

Варіант 23

- 1 Дано:  $b = 2$  см,  $c = 4$  см. Знайти  $a$ ,  $A$ ,  $B$
- 2 Дано:  $a = 6$  см,  $c = 11$  см,  $C = 35^\circ$ . Знайти  $A$
- 3 Заданий рівнобедрений трикутник з бічною стороною  $10$  см та основою  $16$  см. Знайти площу трикутника.
- 4 Сторони паралелограма дорівнює  $16$  см та  $20$  см, гострий його кут  $30^\circ$ . Знайти меншу діагональ паралелограма.

Варіант 24

- 1 Дано:  $c = 14$  см,  $A = 30^\circ$ . Знайти  $a$ ,  $b$ ,  $B$
- 2 Дано:  $b = 10$  см,  $c = 16$  см,  $C = 45^\circ$ . Знайти  $B$
- 3 Сторони трикутника дорівнюють  $10$  см,  $17$  см та  $21$  см. Знайти його площу
- 4 Сторона правильного трикутника дорівнює  $6$  см. Знайти радіус кола вписаного в трикутник.

Варіант 25

- 1 Дано:  $b = 6\sqrt{2}$  см,  $c = 12$ . Знайти  $a$ ,  $B$ ,  $A$
- 2 Дано:  $a = 20$  см,  $b = 32$  см,  $A = 60^\circ$ . Знайти  $B$
- 3 Діагоналі ромба дорівнюють  $16$  см та  $12$  см. Знайти сторони ромба
- 4 Сторона квадрата дорівнює  $10$  см. Знайти радіус кола описаного навколо квадрата.



Варіант 26

1 Дано:  $b = 3$  см,  $c = 6$  см. Знайти  $a$ ,  $A$ ,  $B$

2 Дано:  $a = 10$  см,  $c = 16$  см,  $C = 45^\circ$ . Знайти  $A$

3 Сторона квадрата дорівнює 6 см. Знайти радіус вписаного в квадрат кола.

4 Гіпотенуза прямокутного трикутника дорівнює 10 см, медіана, що проведена до гіпотенузи дорівнює 5 см. Знайти площу трикутника.