

# Тема . Застосування визначеного інтегралу до обчислення площ плоских фігур.

## План

1. Теоретичні відомості.

2. Завдання для самостійного виконання.

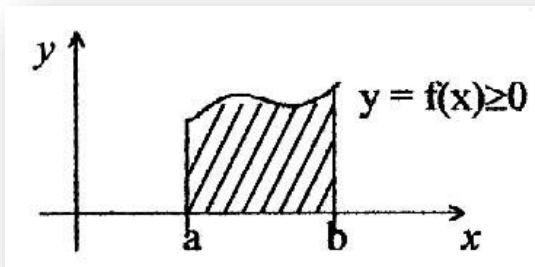
2.1 Методичні вказівки до виконання самостійної роботи.

2.2 Зразок оформлення роботи.

### Теоретичні відомості

#### площа фігури в прямокутних координатах

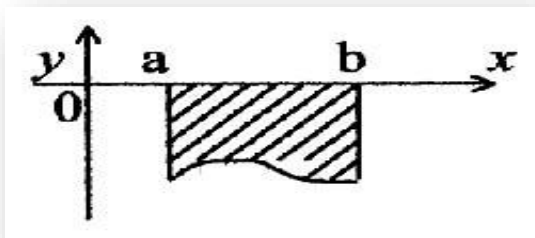
1



$$S = \int_a^b f(x) dx$$

$a < b$

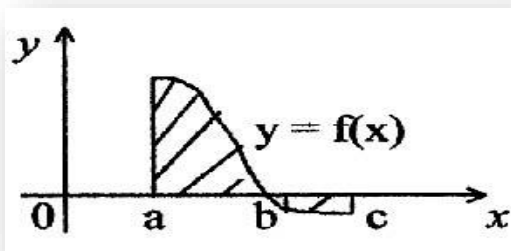
2



$$S = - \int_a^b f(x) dx = S = \int_a^b |f(x)| dx$$

$a < b$

3

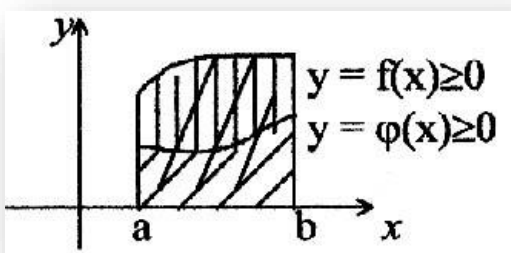


площа, обмежена кривою  $y = f(x)$  та віссю  $Ox$ .

$$S = \int_a^b f(x) dx - \int_b^c f(x) dx$$

$a < b$

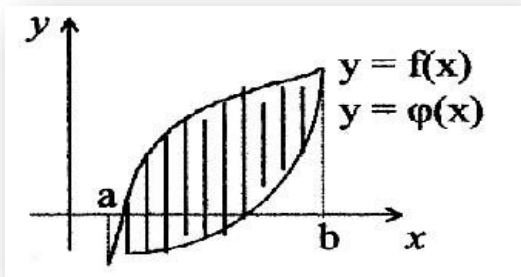
4



$$S = \int_a^b (f(x) - \varphi(x)) dx$$

$0 \leq \varphi(x) \leq f(x), \quad a < b$

5



$$S = \int_a^b (f(x) - \varphi(x)) dx$$

$$\varphi(x) \leq f(x)$$

## 2. Завдання для самостійного виконання

Індивідуальне домашнє завдання (номер варіанта відповідає номеру у журналі)  
Обчислити площу фігури, обмеженої лініями  $y = ax^2 + bx + c$ ,  $y = kx + \beta$ .

№ варіанта	$a$	$b$	$c$	$k$	$\beta$
1	-2	4	11	2	7
2	-1	-6	3	1	13
3	2	4	3	2	15
4	2	-4	5	-2	17
5	1	2	3	-1	7
6	-1	2	9	2	5
7	-1	2	11	1	9
8	3	-6	5	6	5
9	1	-4	5	-1	5
10	-1	6	5	-1	15
11	3	-6	4	3	4
12	1	-2	2	1	2
13	-1	-2	12	-2	8
14	2	12	19	2	11
15	2	-4	3	-4	11
16	-1	-6	10	1	10
17	1	2	4	-1	4
18	-1	-6	5	-2	5
19	1	-2	3	2	3
20	-1	-4	10	-1	6

### 2.1 Методичні вказівки до виконання самостійної роботи

1. Опрацювати теоретичний матеріал теми.
2. Виконати індивідуальне домашнє завдання.

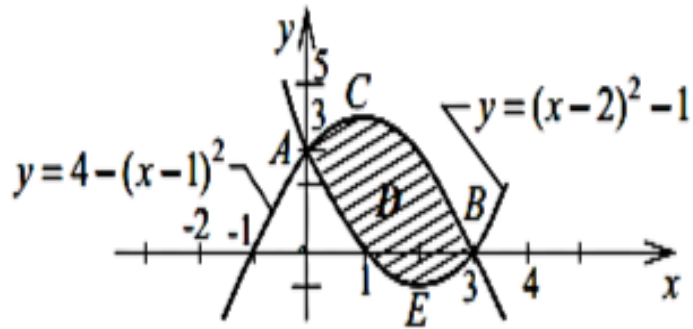
### 2.2 Зразок оформлення індивідуального домашнього завдання

**Завдання.** Обчислити площу фігури D, обмежену параболою

$$y = 2x - x^2 + 3, y = x^2 - 4x + 3.$$

**Розв'язання:**

- 1) Побудуємо графіки заданих функцій:



2) Знайдемо точки перетину парабол, які і будуть межами інтегрування:

$$\begin{cases} y = 2x - x^2 + 3, \\ y = x^2 - 4x + 3; \end{cases} \Rightarrow 2x - x^2 + 3 = x^2 - 4x + 3; -2x^2 + 6x = 0; x_1 = 0, x_2 = 3$$

3) За формулою  $S = \int_a^b (f(x) - \varphi(x)) dx$ , обчислюємо площу:

$$S = \int_0^3 (2x - x^2 + 3 - x^2 + 4x - 3) dx = \int_0^3 (6x - 2x^2) dx = \left( 3x^2 - \frac{2}{3}x^3 \right) \Big|_0^3 = 27 - 18 = 9 \text{ (кв. од.)}$$