

Тема. Розв'язання логарифмічних рівнянь та нерівностей.

1. Розв'язати рівняння:

$$\log_3(5x + 2) = 2$$

$$\log_6(x + 20) = 2$$

$$\log_{1/3}(3x - 2) = -2$$

$$\log_5(9x + 1) = 2$$

2. Розв'язати рівняння

$$\lg(2x - 1) + 2 \lg \sqrt{x - 9} = 2$$

$$\log_{x+1}(x^2 - 9x + 8) \cdot \log_{x-1}(x + 1) = 3$$

$$\log_{x+2}(3x^2 + x - 5) = 2$$

$$\log_2 x + \log_8 x = 8$$

$$\lg(1/2 + x) = \lg x + \lg(1/2)$$

$$\log_3 x + \log_9 x + \log_{27} x = 11/12$$

$$\lg(\sqrt{6 + x} + 6) = 2 / \log_{\sqrt{x}} 10$$

3. Розв'язати нерівність

$$2 \log_8(x - 2) - \log_8(x - 3) > 2/3$$

$$\log_2((x - 5)/(x - 4)) > 1$$

Тема. Розв'язання тригонометричних рівнянь.

1. Розв'язати рівняння:

1) $\sin 4x = 1$

2) $\operatorname{ctg}(x + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{3}$

3) $\operatorname{tg}(\frac{x}{2}) = 1$

4) $\operatorname{tg} 5x = \sqrt{3}$

5) $\sin(x - \pi/6) = 1/2$

6) $\operatorname{ctg} 5x = \sqrt{3}/3$

7) $2 \sin x = 1$

8) $3 \operatorname{ctg} x = \sqrt{3}$

9) $2 \cos x = \sqrt{3}$

10) $\operatorname{tg}(x - \pi/3) = -1$

11) $\sin(x + \pi/3) = \sqrt{2}/2$

2. Розв'яжіть рівняння:

1) $2 \sin x \cos x + 3 \cos^2 x = \sin^2 x$;

2) $1 + \sin x - \cos x - \cos x \sin x = 0$;

3) $\sin 5x + \sin x - \sin 3x = 0$.

3. Розв'язати рівняння

1) $\sin^2 x - 2 \cos x + 2 = 0$

2) $\operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg} x = 1$

Тема. Диференціювання функцій. Дослідження функції за допомогою похідної.

1. Знайдіть похідні функцій

а) $y = \frac{x^3}{x^2 + 1}$;

б) $y = \frac{x^3}{\sin x}$.

2. Знайдіть похідні функцій:

а) $y = \frac{x + 1}{x - 1}$;

б) $y = \frac{x^2 + x}{x^2 - x}$;

3. Знайдіть похідні функцій:

а) $\frac{1 + \cos x}{\sin x}$;

б) $\frac{\sin x - \cos x}{x}$;

в) $\frac{x}{\sin x}$;

4. Знайдіть похідні функцій:

а) $y = 5^x$;

б) $y = \log_2 x$;

в) $f(x) = 2^x + \lg x$

Приклад 1. Дослідіть функцію $f(x) = x^3 - 3x^2$ і побудуйте її графік.

Приклад 2. Дослідіть функцію $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$ і побудуйте її графік.

Приклад 3. Дослідіть функцію $y = \frac{\ln x}{x}$ та побудувати графік цієї функції.

Приклад 4. Дослідіть функцію $y = xe^{-x}$ і побудуйте її графік.

Приклад 5. Дослідіть функцію $y = x^2 - 8x + 12$ і побудуйте її графік

Тема. Обчислення інтегралу та площ плоских фігур.

Обчислити інтеграли:

$$1 \quad \int_{-1}^2 \tilde{\sigma}^3 dx$$

$$2 \quad \int_{\pi}^{2\pi} \sin x dx$$

$$3 \quad \int_{-1}^1 e^x dx$$

$$4 \quad \int_1^e \frac{dx}{x}$$

$$5 \quad \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$$

$$6 \quad \int_1^2 (5x + 1)^2 dx$$

$$7 \quad \int_0^{\pi} (x^2 + 2 \sin x) dx$$

$$8 \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x^3 - \sqrt{3} \cos x) dx$$

Приклад 1. Обчислити площу фігури обмеженої лініями $y = x^2$, $y = -x^2 + 2$

Приклад 2. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями $y = e^x - 1$, $y=0$, $x=-1$

Приклад 3. Знайдіть площу фігури, обмеженої параболою $y = x^2 + 4x$, $x = 2$, $y = 4 - x^2$ та віссю OX .