

Тема 14

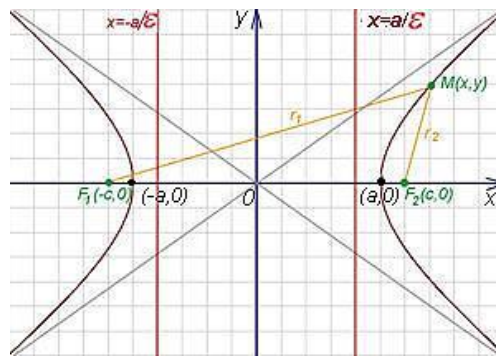
Канонічне рівняння гіперболи

План

1. Теоретичні відомості.
2. Завдання для самостійного виконання.
 - 2.1 Вказівки до виконання завдання.
 - 2.2 Критерії оцінювання тестових завдань.

Теоретичні відомості

Означення. Гіперболою називається множина всіх точок площини, для яких модуль різниці відстаней до двох фіксованих точок площини є постійне число, причому менше за відстань між фіксованими точками і дорівнює $2a$.



$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	канонічне рівняння гіперболи
$O(0; 0)$	центр гіперболи
$F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$	фокуси
$A_1A_2 = 2a$	дійсна вісь гіперболи;
a	дійсна піввісь
$B_1B_2 = 2b$	уявна вісь гіперболи
b	уявна піввісь
$A_1(-a; 0), A_2(a; 0)$	координати вершин гіперболи
$F_1F_2 = 2c, c = \sqrt{a^2 + b^2}$	відстань між фокусами
$\varepsilon = \frac{c}{a} > 1$	ексцентриситет
$x = \pm \frac{a}{\varepsilon}$	рівняння директрис
$y = \pm \frac{b}{a}x$	рівняння асимптот

Властивості гіперболи

- ✓ гіпербола має дві осі симетрії (головні осі гіперболи) та центр симетрії (центр гіперболи);
- ✓ спряжена гіпербола, визначається канонічним рівнянням $\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$, для якого змінюються місцями дійсна та уявна вісь;
- ✓ ексцентриситет гіперболи $\varepsilon > 1$;

Тема 14

2. Завдання для самостійного виконання

Тестові завдання

Варіант 1

1. Гіперболою називається множина точок площини, для кожної з яких:

- | | | | | |
|---|--|---|--|--------------------|
| а) відстань до заданої точки дорівнює відстані до заданої прямої; | б) сума відстаней до двох фіксованих точок є величина стала; | в) добуток відстаней до двох фіксованих точок є величина стала; | г) модуль різниці відстаней до двох фіксованих точок є величина стала; | д) інша відповідь. |
|---|--|---|--|--------------------|

2. Канонічне рівняння гіперболи має наступний вигляд:

- | | | | | |
|--|--|------------------|--|--------------------|
| а) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$; | б) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$; | в) $y^2 = 2px$; | г) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 0$ | д) інша відповідь. |
|--|--|------------------|--|--------------------|

3. Рівняння асимптот гіперболи $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ має вигляд (ε – ексцентриситет):

- | | | | | |
|--------------------------------------|------------------------------------|------------------------------|------------------------------|--------------------|
| а) $x = \pm \frac{a}{\varepsilon}$; | б) $y = \pm \varepsilon \cdot x$; | в) $y = \pm \frac{a}{b} x$; | г) $y = \pm \frac{b}{a} x$; | д) інша відповідь. |
|--------------------------------------|------------------------------------|------------------------------|------------------------------|--------------------|

4. Рівняння директрис гіперболи $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ має вигляд (ε – ексцентриситет):

- | | | | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|------------------------------|------------------------------------|--------------------|
| а) $x = \pm \frac{a}{\varepsilon}$; | б) $y = \pm \frac{b}{\varepsilon}$; | в) $y = \pm \frac{b}{a} x$; | г) $y = \pm \varepsilon \cdot x$; | д) інша відповідь. |
|--------------------------------------|--------------------------------------|------------------------------|------------------------------------|--------------------|

5. Для гіперболи $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ половина віддалі між фокусами c дорівнює:

- | | | | | |
|------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|--------------------|
| а) $c = a + b$; | б) $c = \sqrt{a^2 - b^2}$; | в) $c = \sqrt{a^2 + b^2}$; | г) $c = \sqrt{b^2 - a^2}$; | д) інша відповідь. |
|------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|--------------------|

6. Скласти канонічне рівняння гіперболи, дійсна піввісь якої дорівнює 13, а ексцентриситет складає $\frac{14}{13}$.

- | | | | | |
|---|---|---|--|--------------------|
| а) $\frac{x^2}{169} - \frac{y^2}{27} = 1$; | б) $\frac{x^2}{169} - \frac{y^2}{25} = 1$; | в) $\frac{x^2}{169} - \frac{y^2}{49} = 1$; | г) $\frac{x^2}{169} - \frac{y^2}{100} = 1$; | д) інша відповідь. |
|---|---|---|--|--------------------|

7. Скласти канонічне рівняння гіперболи, якщо відомо рівняння асимптот $y = \pm \frac{3}{4} x$ та ексцентриситет $\frac{5}{4}$.

- | | | | | |
|--|--|---|---|--------------------|
| а) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$; | б) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$; | в) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ | г) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$ | д) інша відповідь. |
|--|--|---|---|--------------------|

8. Скласти канонічне рівняння гіперболи, яка проходить через точки $A(6; 0)$, $B(-2\sqrt{2}; 1)$.

- | | | | | |
|--|--|--|--|--------------------|
| а) $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{4} = 1$; | б) $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{25} = 1$; | в) $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{3} = 1$ | г) $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{5} = 1$ | д) інша відповідь. |
|--|--|--|--|--------------------|

9. Скласти канонічне рівняння гіперболи, мала піввісь якої дорівнює 4, а лівий фокус міститься в точці $F_1(-11; 0)$.

- | | | | | |
|---|---|--|---|--------------------|
| а) $\frac{x^2}{105} - \frac{y^2}{16} = 1$; | б) $\frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{16} = 1$; | в) $\frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{4} = 1$ | г) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{4} = 1$ | д) інша відповідь. |
|---|---|--|---|--------------------|

10. Скласти канонічне рівняння гіперболи, дійсна піввісь якої дорівнює 9, а ексцентриситет якої дорівнює $\frac{4}{3}$.

Тема 14

а) $\frac{x^2}{81} - \frac{y^2}{64} = 1$; б) $\frac{x^2}{81} - \frac{y^2}{49} = 1$; в) $\frac{x^2}{81} - \frac{y^2}{63} = 1$ г) $\frac{x^2}{81} - \frac{y^2}{36} = 1$ д) інша відповідь.

Варіант 2

1. Гіперболою називається множина точок площини, для кожної з яких:

а) відстань до заданої точки дорівнює відстані до заданої прямої; б) сума відстаней до двох фіксованих точок є величина стала; в) добуток відстаней до двох фіксованих точок є величина стала; г) модуль різниці відстаней до двох фіксованих точок є величина стала; д) інша відповідь.

2. Канонічне рівняння гіперболи має наступний вигляд:

а) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$; б) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$; в) $y^2 = 2px$; г) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 0$ д) інша відповідь.

3. Рівняння асимптот гіперболи $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ має вигляд (ε – ексцентриситет):

а) $x = \pm \frac{a}{\varepsilon}$; б) $y = \pm \varepsilon \cdot x$; в) $y = \pm \frac{a}{b}x$; г) $y = \pm \frac{b}{a}x$; д) інша відповідь.

4. Рівняння директрис гіперболи $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ має вигляд (ε – ексцентриситет):

а) $x = \pm \frac{a}{\varepsilon}$; б) $y = \pm \frac{b}{\varepsilon}$; в) $y = \pm \frac{b}{a}x$; г) $y = \pm \varepsilon \cdot x$; д) інша відповідь.

5. Для гіперболи $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ половина віддалі між фокусами c дорівнює:

а) $c = a + b$; б) $c = \sqrt{a^2 - b^2}$; в) $c = \sqrt{a^2 + b^2}$; г) $c = \sqrt{b^2 - a^2}$; д) інша відповідь.

6. Скласти канонічне рівняння гіперболи, якщо рівняння асимптот $y = \pm \frac{x}{3}$, а велика вісь дорівнює 6.

а) $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{1} = 1$; б) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{1} = 1$; в) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ г) $\frac{x^2}{81} - \frac{y^2}{36} = 1$ д) інша відповідь.

7. Скласти канонічне рівняння гіперболи, яка проходить через точки $A\left(\sqrt{\frac{32}{3}}; 1\right)$, $B(8; 0)$.

а) $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{4} = 1$; б) $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{25} = 1$; в) $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{3} = 1$ г) $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{9} = 1$ д) інша відповідь.

8. Скласти канонічне рівняння гіперболи, мала піввісь якої дорівнює 3, а правий фокус міститься в точці $F_1(7; 0)$.

а) $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{9} = 1$; б) $\frac{x^2}{40} - \frac{y^2}{9} = 1$; в) $\frac{x^2}{58} - \frac{y^2}{9} = 1$ г) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$ д) інша відповідь.

9. Скласти канонічне рівняння гіперболи, велика піввісь якої дорівнює 5, а ексцентриситет складає $\frac{7}{5}$.

а) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{24} = 1$; б) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{4} = 1$; в) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ г) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$ д) інша відповідь.

Тема 14

10. Скласти канонічне рівняння гіперболи, якщо рівняння асимптот $y = \pm \frac{x}{2}$, а ексцентриситет дорівнює $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

а) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$; б) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$; в) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$ г) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{1} = 1$ д) інша відповідь.

2.1 Вказівки до виконання завдання

1. Опрацювати теоретичний матеріал.
2. Тестові завдання оформити в зошиті для самостійних робіт.

2.2 Критерії оцінювання

Тестові завдання складаються з п'яти теоретичних питань та п'яти практичних завдань. При оформленні роботи треба виконати необхідні обчислення у зошиті.

Критерії оцінки тестової роботи

Питання	Бали	Примітка
1 – 5	15	Кожна правильна відповідь 3 бали
6 – 10	35	Кожна правильна відповідь 7 балів

Максимальний бал за роботу – **50 балів**

Шкала переводу балів в оцінку

Оцінка	Число балів, необхідне для отримання оцінки
« 5 » (відмінно)	44 - 50
« 4 » (добре)	36 - 43
« 3 » (задовільно)	22 - 29
« 2 » (незадовільно)	менше 22