

Тема 13

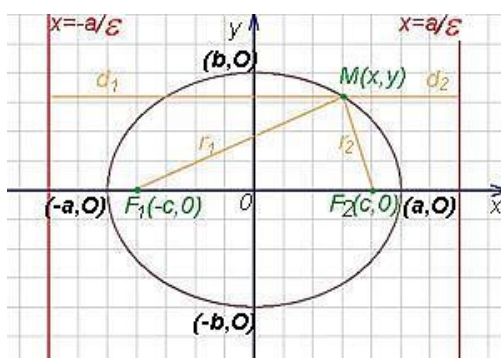
Канонічне рівняння еліпса

План

1. Теоретичні відомості.
2. Завдання для самостійного виконання.
 - 2.1 Вказівки до виконання завдання.
 - 2.2 Критерії оцінювання тестових завдань.

Теоретичні відомості

Означення. Еліпсом називається множина всіх точок площини, сума відстаней від яких до двох фіксованих точок є число постійне і дорівнює $2a$.



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

канонічне рівняння еліпса

$$\frac{(x+\alpha)^2}{a^2} + \frac{(y+\beta)^2}{b^2} = 1$$

канонічне рівняння еліпса, центр якого знаходиться у точці $(\alpha; \beta)$

$$O(0; 0)$$

центр еліпса;

$$F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$$

фокуси;

$$MF_1 \text{ і } MF_2$$

фокальні радіуси;

$$A_1A_2 = 2a$$

велика вісь еліпса;

$$a$$

велика піввісь;

$$B_1B_2 = 2b$$

маленька вісь еліпса

$$b$$

маленька піввісь

$$A_1(-a; 0), A_2(a; 0), B_1(0; -b), B_2(0; b)$$

координати вершин еліпса

$$F_1F_2 = 2c, c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

відстань між фокусами.

$$\varepsilon = \frac{c}{a} < 1$$

ексцентриситет

$$x = \pm \frac{a}{\varepsilon}$$

рівняння директрис

властивості еліпса

- ✓ еліпс має дві взаємно перпендикулярні осі симетрії (головні осі еліпса) і центр симетрії (центр еліпса). Якщо еліпс задано канонічним рівнянням, то його головними осями являються осі координат, а центром – початок координат;
- ✓ весь еліпс міститься всередині прямокутника;

Тема 13

- ✓ ексцентриситет еліпса $0 < \varepsilon < 1$;
- ✓ директриси еліпса розташовані зовні еліпса.

2. Завдання для самостійного виконання

Тестові завдання

Варіант 1

1. Еліпсом називається множина точок площини, для кожної з яких:

- | | | | | |
|---|--|---|--|--------------------|
| а) відстань до заданої точки дорівнює відстані до заданої прямої; | б) сума відстаней до двох фіксованих точок є величина стала; | в) добуток відстаней до двох фіксованих точок є величина стала; | г) модуль різниці відстаней до двох фіксованих точок є величина стала; | д) інша відповідь. |
|---|--|---|--|--------------------|

2. Канонічне рівняння еліпса має наступний вигляд:

- | | | | | |
|--|--|------------------|--|--------------------|
| а) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$; | б) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$; | в) $y^2 = 2px$; | г) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 0$ | д) інша відповідь. |
|--|--|------------------|--|--------------------|

3. Ексцентриситетом еліпса називається число:

- | | | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| а) $\frac{b}{a}$; | б) $\frac{a}{c}$; | в) $\frac{b}{c}$; | г) $\frac{c}{a}$; | д) інша відповідь. |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|

4. Для еліпса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b$) половина віддалі між фокусами c дорівнює:

- | | | | | |
|-----------------------------|-----------------------------|------------------|------------------|--------------------|
| а) $c = \sqrt{a^2 + b^2}$; | б) $c = \sqrt{a^2 - b^2}$; | в) $c = a - b$; | г) $c = a + b$; | д) інша відповідь. |
|-----------------------------|-----------------------------|------------------|------------------|--------------------|

5. Центром еліпса називається:

- | | | | | |
|-------------------------|---------------------------------|------------------|-------------------|--------------------|
| а) центр перетину осей; | б) вісь, на якій лежать фокуси; | в) центра немає; | г) на директрисі; | д) інша відповідь. |
|-------------------------|---------------------------------|------------------|-------------------|--------------------|

6. Скласти канонічне рівняння еліпса з ексцентриситетом $\frac{3}{5}$, що проходить через точку $(0; 8)$.

- | | | | | |
|--|--|---|---|--------------------|
| а) $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{16} = 1$; | б) $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{8} = 1$; | в) $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$; | г) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{64} = 1$; | д) інша відповідь. |
|--|--|---|---|--------------------|

7. Скласти канонічне рівняння еліпса, мала піввісь якого дорівнює 15, а лівий фокус міститься в точці $F_1(-10; 0)$.

- | | | | | |
|---|--|--|--|--------------------|
| а) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{225} = 1$; | б) $\frac{x^2}{625} + \frac{y^2}{225} = 1$; | в) $\frac{x^2}{400} + \frac{y^2}{225} = 1$ | г) $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{225} = 1$ | д) інша відповідь. |
|---|--|--|--|--------------------|

8. Скласти канонічне рівняння еліпса, який проходить через точки $A(3; 0)$, $B\left(2; \frac{\sqrt{5}}{3}\right)$.

- | | | | | |
|--|--|---|---|--------------------|
| а) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1$; | б) $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{1} = 1$; | в) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ | г) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ | д) інша відповідь. |
|--|--|---|---|--------------------|

9. Скласти канонічне рівняння еліпса, велика вісь якого дорівнює 50, а ексцентриситет $\frac{3}{5}$.

Тема 13

а) $\frac{x^2}{50} + \frac{y^2}{16} = 1$; б) $\frac{x^2}{225} + \frac{y^2}{100} = 1$; в) $\frac{x^2}{625} + \frac{y^2}{400} = 1$ г) $\frac{x^2}{900} + \frac{y^2}{225} = 1$ д) інша відповідь.

10. Скласти канонічне рівняння еліпса, який проходить через точки $A(-3; 0)$, $B(1; \frac{\sqrt{40}}{3})$.

а) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$; б) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{2} = 1$; в) $\frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{25} = 1$ г) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ д) інша відповідь.

Варіант 2

1. Еліпсом називається множина точок площини, для кожної з яких:

а) відстань до заданої точки дорівнює відстані до заданої прямої; б) сума відстаней до двох фіксованих точок є величина стала; в) добуток відстаней до двох фіксованих точок є величина стала; г) модуль різниці відстаней до двох фіксованих точок є величина стала; д) інша відповідь.

2. Канонічне рівняння еліпса має наступний вигляд:

а) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$; б) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$; в) $y^2 = 2px$; г) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 0$ д) інша відповідь.

3. Ексцентриситетом еліпса називається число:

а) $\frac{b}{a}$; б) $\frac{a}{c}$; в) $\frac{b}{c}$; г) $\frac{c}{a}$; д) інша відповідь.

4. Для еліпса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b$) половина віддалі між фокусами c дорівнює:

а) $c = \sqrt{a^2 + b^2}$; б) $c = \sqrt{a^2 - b^2}$; в) $c = a - b$; г) $c = a + b$; д) інша відповідь.

5. Центром еліпса називається:

а) центр перетину осей; б) вісь, на якій лежать фокуси; в) центра немає; г) на директрисі; д) інша відповідь.

6. Скласти канонічне рівняння еліпса, який проходить через точку $(-5; 0)$, ексцентриситет якого дорівнює $\frac{\sqrt{21}}{5}$.

а) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$; б) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$; в) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$ г) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ д) інша відповідь.

7. Скласти канонічне рівняння еліпса, велика піввісь якого дорівнює 4, а правий фокус міститься в точці $F_2(3; 0)$.

а) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$; б) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$; в) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ г) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{5} = 1$ д) інша відповідь.

8. Скласти канонічне рівняння еліпса, який проходить через точки $A(0; -2)$, $B(\frac{\sqrt{15}}{2}; 1)$.

Тема 13

а) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$; б) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$; в) $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$ г) $\frac{x^2}{15} + \frac{y^2}{4} = 1$ д) інша відповідь.

9. Скласти канонічне рівняння еліпса з ексцентриситетом $\frac{7}{8}$, який проходить через точку $A(8; 0)$.

а) $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{16} = 1$; б) $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{25} = 1$; в) $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{15} = 1$ г) $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$ д) інша відповідь.

10. Скласти канонічне рівняння еліпса, велика вісь якого дорівнює 12, а лівий фокус міститься в точці $F_1(-4; 0)$.

а) $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{128} = 1$; б) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$; в) $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{100} = 1$ г) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$ д) інша відповідь.

2.1 Вказівки до виконання завдання

1. Опрацювати теоретичний матеріал.
2. Тестові завдання оформити в зошиті для самостійних робіт.

2.2 Критерії оцінювання

Тестові завдання складаються з п'яти теоретичних питань та п'яти практичних завдань. При оформленні роботи треба виконати необхідні обчислення у зошиті.

Критерії оцінки тестової роботи

Питання	Бали	Примітка
1 – 5	15	Кожна правильна відповідь 3 бали
6 – 10	35	Кожна правильна відповідь 7 балів

Максимальний бал за роботу – **50 балів**

Шкала переводу балів в оцінку

Оцінка	Число балів, необхідне для отримання оцінки
« 5 » (відмінно)	44 - 50
« 4 » (добре)	36 - 43
« 3 » (задовільно)	22 - 29
« 2 » (незадовільно)	менше 22