Тема : Графічне розв’язання систем лінійних нерівностей.

План

1. **Теоретичні відомості.**

2. **Завдання для самостійного виконання.**

2.1 Методичні вказівки до виконання самостійної роботи.

2.2 Зразок оформлення ІДЗ.

Теоретичні відомості

Для зображення множини розв’язків нерівності з двома невідомими на координатній площині використовують алгоритм.

алгоритм

1. Замінюємо у нерівності $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 > b_1$знак нерівності на знак дорівнює $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1$. Отримаємо граничну пряму, яку і побудуємо (пунктиром, якщо нерівність строга, суцільною лінією, якщо нерівність нестрога) на координатній площині. Пряма розіб’є площину на дві півплощини.

2. Вибираємо будь-яку з півплощин і розглядаємо в ній довільну точку. Убагатьох випадках, якщо це можливо вибираємо точку $O(0;0)$. Підставляють координати даної точки у нерівність і перевіряють виконання нерівності. Якщо у результаті перевірки отримуємо вірну числову нерівність, то робимо висновок, що нерівність виконується у всій області, якій належить вибрана точка. Якщо в результаті перевірки отримаємо невірну нерівність, то множиною розв’язків буде друга півплощина, якій вибрана точка не належить.

3. Якщо нерівність строга, то границі області (тобто гранична пряма) не включають в множину розв’язків, якщо нестрога – то включають.

2. Завдання для самостійного виконання

Індивідуальне домашнє завдання(номер варіанта відповідає номеру у журналі). Розв’язати систему лінійних нерівностей графічним способом:

1) $\begin{cases} x_1 \ge 2 \\ x_1 + 3x_2 \le 3 \\ x_1 - x_2 \le 0 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2 \ge 0 \\ x_1 - x_2 \ge -2 \\ 2x_1 - x_2 \ge 3 \\ x_1 \le 1 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 3x_1 - x_2 \ge 0 \\ x_1 - x_2 \ge 0 \\ 2x_1 + x_2 \le 6 \\ x_1 \le 2 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x_1 \ge 0 \\ x_2 \ge 0 \\ x_1 + x_2 - 1 \le 0 \\ 3x_1 + x_2 \ge 0 \end{cases}$

5) $\begin{cases} x_1 + x_2 - 5 \ge 0 \\ x_1 - x_2 - 5 \ge 0 \\ x_1 \le 7 \end{cases}$

6) $\begin{cases} x_1 - 5x_2 + 5 \ge 0 \\ x_1 + 3x_2 - 3 \le 0 \\ x_1 \le 5 \end{cases}$

7) $\begin{cases} x_1 \ge 3 \\ x_2 \ge 0 \\ x_1 + x_2 \le 0 \\ 5x_1 - 2x_2 + 4 \le 0 \end{cases}$

8) $\begin{cases} x_1 - x_2 + 1 \ge 0 \\ 2x_1 + x_2 - 7 \ge 0 \\ x_1 - 2x_2 + 4 \le 0 \end{cases}$

9) $\begin{cases} x_2 \ge 0 \\ x_2 \ge 6 \\ 4x_1 - x_2 \ge 0 \\ 4x_1 + x_2 \le 40 \\ x_1 - x_2 + 8 \ge 0 \end{cases}$

10) $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \geq -6 \\ 3x_1 + x_2 \geq 3 \\ x_1 \leq 3 \end{cases}$ 11) $\begin{cases} x_1 \geq \frac{1}{2} \\ x_2 \leq 4 \\ x_1 + x_2 \geq 2 \\ x_1 - x_2 \leq 0 \end{cases}$ 12) $\begin{cases} x_1 + 4x_2 \geq 4 \\ x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_2 \leq 2 \end{cases}$

13) $\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 3 \\ x_1 + x_2 \leq 7 \\ 1 \leq x_2 \leq 4 \\ x_1 \leq 4 \end{cases}$ 14) $\begin{cases} x_1 - 2x_2 \geq 6 \\ x_1 + 2x_2 \geq 0 \\ x_1 \leq 6 \end{cases}$ 15) $\begin{cases} x_1 - 8x_2 \leq 10 \\ x_1 + x_2 \geq 1 \\ x_1 - 5x_2 \leq -5 \\ 3x_1 + 10x_2 \leq 30 \end{cases}$

2.1 Методичні вказівки до виконання самостійної роботи

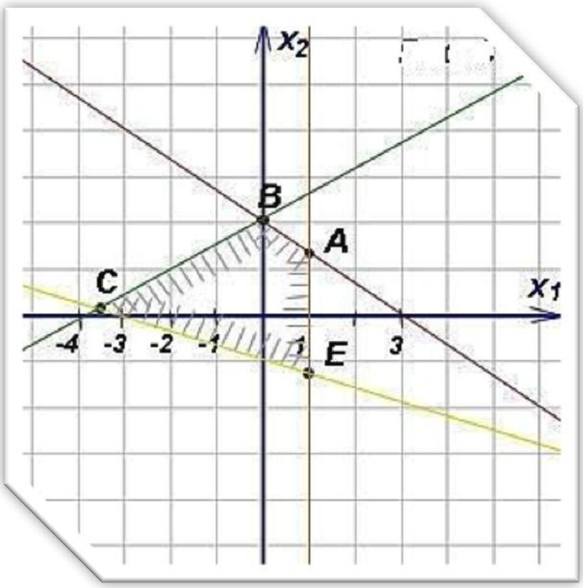
Оформити роботу в зошиті для самостійних та практичних робіт.

2.2 Зразок оформлення індивідуального домашнього завдання

Завдання.Розв'язати систему лінійних нерівностей графічним способом: $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 6 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ -x_1 - 3x_2 \leq 3 \\ x_1 \leq 1 \end{cases}$

Розв'язання.

Будуємо граничні прямі, які відповідають нерівностям системи. Робимо кроки, які зазначені в алгоритмі для кожної нерівності. Тепер визначаємо півплощину розв'язків для кожної нерівності.



Півплощини розв'язків відповідних нерівностей даної системи, заштриховані в середину. Перетини півплощинрозв'язківзображується як показано на рисунку, у вигляді чотирикутника *ABCE*. Отже розв'язком даної системи нерівностей є чотирикутник *ABCE*.

Тема: Відшукання найбільшого (найменшого) значення лінійної функції на опуклому многокутнику.

План

1. **Теоретичні відомості.**
2. **Завдання для самостійного виконання.**

2.1 Методичні вказівки до виконання самостійної роботи.

2.2 Зразок оформлення ІДЗ.

Теоретичні відомості

Задача лінійного програмування (ЗЛП): основні визначення

Лінійне програмування – метод розв'язання задач оптимізації.

Загальна задача лінійного програмування – це задача, в якій необхідно знайти максимум або мінімум (оптимум) функції, що називається функцією цілі, при обмеженнях, що задані системою лінійних нерівностей або рівнянь.

При цьому змінні повинні приймати невід'ємні значення (тобто додатні або нульові).

Функція цілі зазвичай записується так: $C = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n$.

Або в скороченому вигляді:

$$C = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

Можна зустріти позначення цільової функції і через C і через F.

Система обмежень в задачі лінійного програмування зазвичай записується у вигляді:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \vee b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \vee b_2 \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 \vee b_m \end{cases}$$, де $\vee$ один із знаків: $=, <, >, \leq, \geq, \neq$.

І система обмежень, і цільова функція мають *лінійній характер*, тобто містять змінні тільки в першому степені.

Канонічною задачею лінійного програмування називається задача, в якій необхідно знайти максимум цільової функції при обмеженнях, що задані системою лінійних рівнянь.

Якщо всі або деякі обмеження містять нерівності, то задачу можна звести до канонічного вигляду шляхом перетворення нерівностей в рівняння.

У більшості випадках задач лінійного програмування обмеження задаються у вигляді системи нерівностей або система може бути змішаною: частина системи рівняння, а частина нерівності. Але будь-яку систему обмежень можна привести до системи рівнянь. Для цього достатньо до лівої частини кожної нерівності додати або відняти деяке невід'ємне число – додаткову змінну, щоб кожна нерівність перетворилась на рівняння. Ці дії називають зведенням задачі лінійного програмування до канонічного виду.

Приклад. Записати систему нерівностей $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 6 \\ -x_1 + x_2 \leq 2 \\ -x_1 - 3x_2 \leq 3 \end{cases}$ увигляді рівнянь для зведення ЗЛП до канонічного вигляду.

Розв'язання:

Додаючи до лівих частин нерівностей по одній додатковій змінній, отримаємо систему рівнянь: $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 6 \\ -x_1 + x_2 + x_4 = 2 \\ -x_1 - 3x_2 + x_5 = 3 \end{cases}$. Таким чином, як би не були задані обмеження ЗЛП, їх завжди можна привести до систем рівнянь, використовуючи додаткові змінні.

Множина чисел, що задовольняють систему обмежень називають розв'язком цієї системи або *планом*, іноді *програмою*.

Оптимальним розв'язком задачі лінійного програмування називається розв'язок системи, при якому функція цілі перетворюється в максимум (мінімум), в залежності від умови задачі.

Розв'язок ЗЛП називається *виродженим*, якщо в ньому деякі змінні дорівнюють нулеві.

Задачі лінійного програмування у випадку двох змінних можна розв'язувати графічним способом, а випадку коли змінних більше використовується симплекс – метод.

Графічний спосіб розв'язання ЗЛП

Необхідно знайти невід'ємні значення змінних x_1 та x_2, що задовольняють систему нерівностей $\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq b_2 \\ \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 \leq b_n \end{cases}$, при яких лінійна форма $F = c_1x_1 + c_2x_2$ приймає оптимальне значення.

Множина пар чисел x_1 та x_2, що задовольняють систему складають многокутник цієї системи. Припустимо, що це п'ятикутник *ABCDE* (рис. 1).

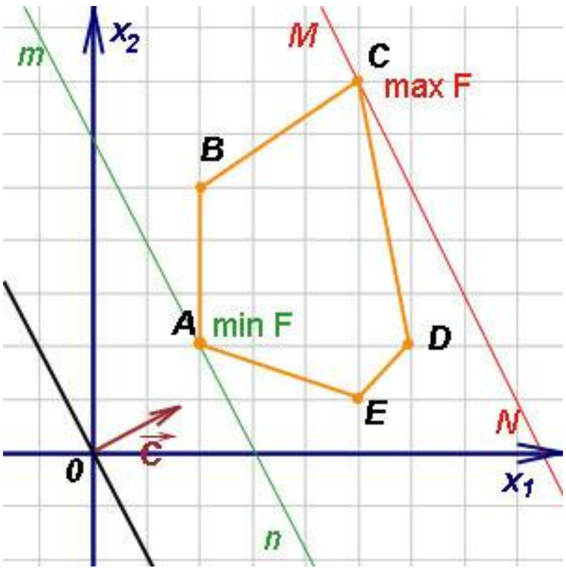


Рис. 1

Лінійна форма$F = c_1x_1 + c_2x_2$ графічно означає сукупність паралельних між собою прямих. При конкретному числовому значенні F лінійна форма зображується у вигляді деякої прямої. Кожну з прямих цієї сукупності називають лінією рівня. На рисунку побудована лінія рівня $F = c_1x_1 + c_2x_2$ (чорного кольору, проходить через початок координат), що відповідає значенню $F = 0$.

Якщо вихідну лінію рівня пересувати вправо, то значення F при цьому зростає. Необхідний напрям руху вихідної лінії рівня можна встановити наступним чином: коефіцієнти при змінних в рівнянні прямої є координатами вектора, що перпендикулярний до цієї прямої або його називають нормальним вектором прямої. Таким чином, отримаємо вектор$\vec{c} = (c_1; c_2)$(на рисунку бордового кольору). Значення функції F зростають при переміщенні вихідної лінії рівня в напрямку вектора$\vec{c}$.

Серед сукупності паралельних прямих прямі mn (зеленогокольору) и MN (червоного кольору), які назвемо опорними прямими. Опорними називають такі прямі, які мають з многокутником $ABCDE$ хоча б одну спільну точку, і многокутник $ABCDE$ лежить по один бік від цієї прямої. лінійна форма досягає максимального (мінімального) значень в крайніх точках многогранника розв'язків. Це значить, що опорні прямі mn та MN характеризуютьекстремальні значення лінійної форми (функції цілі), тобто в точках A та C лінійна форма досягає оптимальних значень. В точці A, що знаходиться ближче до початку координат, функція цілі досягає мінімального значення, а в точці C, що знаходиться далі від початку координат – максимального значення.

Схема розв'язку ЗЛП графічним методом

1. Побудувати многокутник розв'язків системи нерівностей.

2. Побудувати пряму, що відповідає лінійній формі.

3. Рухаючи пряму (або лінійку) вздовж вектора$\vec{c}$ до дотику з многокутником розв'язків. Якщо перший дотик з многокутником розв'язків відбудеться в крайній точці многокутника, то в цій точці функція цілі досягає мінімального значення. Якщо дотик відбудеться зі стороною многокутника, то функція цілі досягає мінімуму у всіх точках цієї сторони.

4. Рухаючись далі, прийдемо до деякого опорного положення, коли пряма буде мати одну спільну точку з многокутником розв'язків. В цій точці функція цілі досягає свого максимуму.

5. Якщо побудована лінія, що зображує цільову функцію, перетинає многокутник розв'язків, то функція цілі досягає мінімального значення в вершині многокутника, що розташована ближче до початку координат, а максимального значення – в вершині, більш віддаленої від початку координат.

2. Завдання для самостійного виконання

Індивідуальне домашнє завдання(номер варіанта відповідає номеру у журналі). Розв'язати графічним методом задачу лінійного програмування:

1	$F = x_1 + 3x_2 \to min$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 6 \\ 2x_1 + 4x_2 \leq 12 \\ 4x_1 \geq 4 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$	**2**	$F = x_1 + x_2 \to max$ $\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 \leq 9 \\ x_1 - 2x_2 \leq 2 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$
3	$F = x_1 - x_2 \to max$ $\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 \geq 9 \\ x_1 - 2x_2 \geq 2 \\ x_1 + x_2 \leq 8 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$	**4**	$F = x_1 - 2x_2 \to min$ $\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 \geq 30 \\ x_1 - x_2 \leq 3 \\ -3x_1 + 5x_2 \leq 15 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$
5	$F = x_1 - 2x_2 \to max$ $\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 \geq 30 \\ x_1 - x_2 \leq 3 \\ -3x_1 + 5x_2 \leq 15 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$	**6**	$F = 2x_1 - x_2 \to max$ $\begin{cases} -2x_1 - 3x_2 \leq 6 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ x_1 \geq -1 \\ x_2 \leq 3 \end{cases}$
7	$F = x_1 + 2x_2 \to max$ $\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ 2x_1 + x_2 \leq 8 \\ x_2 \leq 2 \\ x_1;\ x_2 \geq 0 \end{cases}$	**8**	$F = x_1 + x_2 \to max$ $\begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq 30 \\ 5x_1 - x_2 \leq 25 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$
9	$F = 2x_1 + 5x_2 \to max$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 127 \\ 7x_1 - x_2 \leq 83 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$	**10**	$F = 4x_1 + 6x_2 \to min$ $\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 9 \\ x_1 + 2x_2 \geq 8 \\ x_1 + x_2 \leq 8 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$
11	$F = -3x_1 - 4x_2 \to min$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 20 \\ -x_1 + 4x_2 \leq 20 \\ x_1;\ x_2 \leq 0 \\ x_1 \geq 10 \\ x_2 \geq 5 \end{cases}$	**12**	$F = -6x_1 - 2x_2 \to min$ $\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \leq 9 \\ 3x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$
13	$F = x_1 + x_2 \to min$	**14**	$F = 2x_1 + 3x_2 \to min$

	$\begin{cases} x_1 - x_2 \geq 1 \\ x_2 \leq 2 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$		$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 10 \\ x_1 - x_2 \leq 3 \\ 3x_1 + 5x_2 \leq 15 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$
15	$F = x_1 - x_2 \rightarrow max$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 3 \\ x_1 + x_2 \leq 7 \\ 2 \leq x_2 \leq 5 \\ x_1 \geq 0 \\ x_1 \leq 4 \end{cases}$	**16**	$F = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow min$ $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \geq 18 \\ 3x_1 - x_2 \geq 3 \\ x_1 - x_2 \leq 2 \\ 0 \leq x_1 \leq 5 \\ 0 \leq x_2 \leq 6 \end{cases}$

2.1 Методичні вказівки до виконання самостійної роботи

1. Опрацювати теоретичний матеріал.
2. Оформити роботу в зошиті для самостійних та практичних робіт.

2.2 Зразок оформлення індивідуального домашнього завдання

Завдання. Розв'язати графічним методом задачу лінійного програмування, в якій необхідно знайти максимум функції $F = x_1 + 3x_2$ при обмеженнях $\begin{cases} x_1 + 4x_2 \geq 4 \\ x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1 \geq 2 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$.

Розв'язання:

Побудуємо многокутник розв'язків.

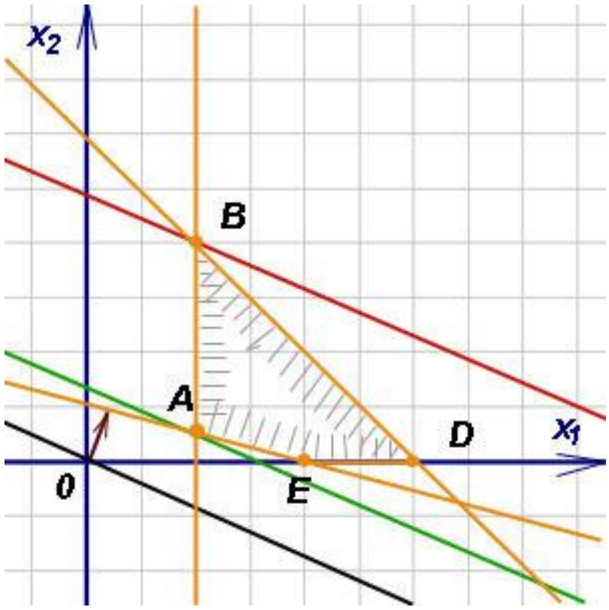
Для цього побудуємо граничні прямі.

В нерівності $x_1 + 4x_2 \geq 4$замінюємо знак $" \geq "$ на знак $" = "$. $x_1 + 4x_2 = 4$ – гранична пряма.

Будуємо граничну пряму $2x_1 + x_2 = 4$; для побудови граничної прямої складемо таблицю значень.

x_1	x_2
0	1
4	0

Координати даних точок зображаємо у координатній площині і з'єднуємо суцільною лінією. Аналогічно будуємо інші граничні прямі.



З рисунка видно, що множина точок чотирикутника $ABDE$ задовольняє всі чотири нерівності системи. Отже, чотирикутник $ABDE$ є многокутником розв'язків системи.

Побудуємо лінію функції цілі (чорний колір).

Рухаємо цю пряму паралельно самій собі у напрямку вектора$\vec{c} = (1; 3)$ (бордовий колір), отримаємо опорні прямі. Перша пряма (зеленого кольору) має з многокутником спільну точку A. Тут функція цілі досягає мінімуму. Рухаючись далі, прийдемо до точки B. Тут максимум. Координати точки B: $(2{,}4)$. Підставляючи в функцію цілі координати точки B, отримаємо максимальне значення функції цілі $F_{max} = 14$.

Тема : Складання рівнянь прямої на площині.

План

1. Теоретичні відомості

2. Завдання для самостійного виконання.

2.1 Методичні вказівки до виконання самостійної роботи.

2.2 Зразок оформлення ІДЗ.

Теоретичні відомості

рівняння прямої за двома точками

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} \qquad (1)$$

відстань від точки до прямої

$$d = \left|\frac{Ax_0+By_0+C}{\sqrt{A^2+B^2}}\right| (2)$$

кут між двома прямими

Для прямих, що задані рівняннями з кутовим коефіцієнтом	$\operatorname{tg}\theta = \operatorname{tg}(\varphi_2 - \varphi_1) = \dfrac{\operatorname{tg}\varphi_2 - \operatorname{tg}\varphi_1}{1 + \operatorname{tg}\varphi_1 \operatorname{tg}\varphi_2} = \dfrac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2}$	(3)
Для прямих, що задані загальними рівняннями	$\cos\theta = \pm \dfrac{A_1 \cdot A_2 + B_1 \cdot B_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$	(4)
Для прямих, що задані канонічними рівняннями	$\cos\theta = \pm \dfrac{l_1 \cdot l_2 + m_1 \cdot m_2}{\sqrt{l_1^2 + m_1^2} \cdot \sqrt{l_2^2 + m_2^2}}$	(5)

рівняння прямої, паралельної даній

$$y - y_0 = k(x - x_0) \qquad (6)$$

де $k = -\frac{A}{B}$ знаходимо із загального рівняння прямої і умови паралельності прямих.

умови паралельності прямих

Для прямих, що задані рівняннями з кутовим коефіцієнтом	$k_2 = k_1$	(7)
Для прямих, що задані загальними рівняннями	$\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2}$	(8)
Для прямих, що задані канонічними рівняннями	$\dfrac{l_1}{l_2} = \dfrac{m_1}{m_2}$	(9)

рівняння прямої, що перпендикулярна даній

$y - y_0 = k(x - x_0)$, де $k = -\frac{A}{B}$ знаходимо із загального рівняння прямої і умови перпендикулярності прямих.

умови перпендикулярності прямих

Для прямих, що задані рівняннями з кутовим коефіцієнтом	$k_2 = -\frac{1}{k_1}$	(10)
Для прямих, що задані загальними рівняннями	$A_1A_2 + B_1B_2 = 0$	(11)
Для прямих, що задані канонічними рівняннями	$l_1l_2 + m_1m_2 = 0$	(12)

знаходження точки перетину двох прямих

Координати точки перетину двох прямих (якщо вони не паралельні), знаходяться як розв'язок системи: $\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2 = 0 \end{cases}$.

2. Завдання для самостійного виконання

Індивідуальне домашнє завдання(номер варіанта відповідає номеру у журналі). Відомі координати вершин трикутника ABC . Необхідно:

1. Знайти координати нормального вектора і кутовий коефіцієнт прямої BC;
2. Скласти рівняння прямоїAA_1 паралельно BC;
3. Скласти рівняння висоти AH;
4. Скласти рівняння медіани BM;
5. Знайти точку перетину прямих AH і BM,якщо

1	A (2, -2)	B (5, 4)	C (-2, 0)
2	A (-2, 2)	B (-5, -4)	C (2, 0)
3	A (-2, -2)	B (-5, 4)	C (2, 0)
4	A (2, 2)	B (5, -4)	C (-2, 0)
5	A (-2, 2)	B (4, 5)	C (0, -2)
6	A (2, -2)	B (-4, -5)	C (0, 2)
7	A (2, 2)	B (-4, 5)	C (0, -2)
8	A (-2, -2)	B (4, -5)	C (0, 2)
9	A (1, -2)	B (4, 4)	C (-3, 0)
10	A (-1, 2)	B (-4, -4)	C (3, 0)
11	A (-1, -2)	B (-4, 4)	C (3, 0)
12	A (1, 2)	B (4, -4)	C (-3, 0)
13	A (-2, 1)	B (4, 4)	C (0, -3)
14	A (2, -1)	B (-4, -4)	C (0, 3)
15	A (2, 1)	B (-4, 4)	C (0, -3)
16	A (-2, -1)	B (4, -4)	C (0, 3)
17	A (1, 0)	B (0, 3)	C (-5, -2)
18	A (-1, 0)	B (0, -3)	C (5, 2)
19	A (-1, 0)	B (0, 3)	C (5, -2)

20	A (1, 0)	B (0, -3)	C (-5, 2)
21	A (0, 1)	B (3, 0)	C (-2, -5)
22	A (0, -1)	B (-3, 0)	C (2, 5)
23	A (0, -1)	B (3, 0)	C (-2, 5)
24	A (0, 1)	B (-3, 0)	C (2, -5)

2.1 Методичні вказівки до виконання самостійної роботи

1. Опрацювати теоретичний матеріал.
2. Оформити роботу в зошиті для самостійних та практичних робіт

2.2 Зразок оформлення індивідуального домашнього завдання

Завдання.Відомі координати вершин трикутника ABC:$A(-1;2)$, $B(3;-1)$, $C(2;-3)$. Необхідно:

1. Знайти координати нормального вектора і кутовий коефіцієнт прямої BC;

2. Скласти рівняння прямоїAA_1 паралельно BC;

3. Скласти рівняння висоти AH;

4. Скласти рівняння медіани BM;

5. Знайти точку перетину прямих AH і BM.

Розв'язання:

1. Використовуючи формулу (1), отримаємо $\frac{x-3}{2-3} = \frac{y+1}{-3+1}$ або $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+1}{-2}$. використовуючи властивість пропорції маємо: $-2(x-3) = -1(y+1)$. Розкриємо дужки: $-2x+6 = -y-1$або $2x-y-7=0$.

$\vec{n} = (2;-1)$, $k = -\frac{A}{B} = -\frac{2}{-1} = 2$.

2. Із загального рівняння прямої $2x-y-7=0$, знайдемо k_1: $k_1 = 2$. Із умови паралельності (7), знаходимо k_2:$k_2 = k_1 = 2$. Підставимо координати точки A та значення кутового коефіцієнта у формулу (6), отримаємо:

$y-2 = 2(x+1) \Rightarrow y-2 = 2x+2 \Rightarrow 2x-y+4=0.$

3. Із загального рівняння прямої $2x-y-7=0$, знайдемо k_1: $k_1 = 2$. Із умови перпендикулярності (10), знаходимо k_2:$k_2 = -\frac{1}{k_1} = -\frac{1}{2}$. Підставимо координати точки A та значення кутового коефіцієнта у формулу (6), отримаємо:

$y-2 = \frac{1}{2}(x+1) \Rightarrow 2(y-2) = x+1 \Rightarrow 2y-4 = x+1 \Rightarrow x-2y+5=0.$

4. Знайдемо координати середини відрізка AC:

$x = \frac{x_1+x_2}{2} = \frac{-1+2}{2} = \frac{1}{2}$; $\qquad y = \frac{y_1+y_2}{2} = \frac{2-3}{2} = -\frac{1}{2}$.

Використовуючи формулу (1), отримаємо $\frac{x-3}{\frac{1}{2}-3} = \frac{y+1}{-\frac{1}{2}+1}$ або $\frac{x-3}{-\frac{5}{2}} = \frac{y+1}{\frac{1}{2}}$.

$\frac{1}{2}(x-3) = -\frac{5}{2}(y+1) \Rightarrow x-3 = -5y-5 \Rightarrow x+5y+2=0.$

5. Розв’яжемо систему рівнянь $\begin{cases} x-2y+5=0 \\ x+5y+2=0 \end{cases}$, що складається з рівнянь прямих. Домножимо перше рівняння на (-1) і додамо результат до другого рівняння:

$$\begin{array}{r} -x+2y-5=0 \\ + \\ x+5y+2=0 \\ \hline 7y-3=0 \Rightarrow y=\frac{3}{7} \end{array}$$

Підставивши $y=\frac{3}{7}$ в перше рівняння маємо: $x-2\cdot\frac{3}{7}-5=0 \Rightarrow x=\frac{41}{7}$.

Отже точка перетину даних прямих - $K(\frac{41}{7};\frac{3}{7})$.

Тема : Канонічне рівняння еліпса.

План

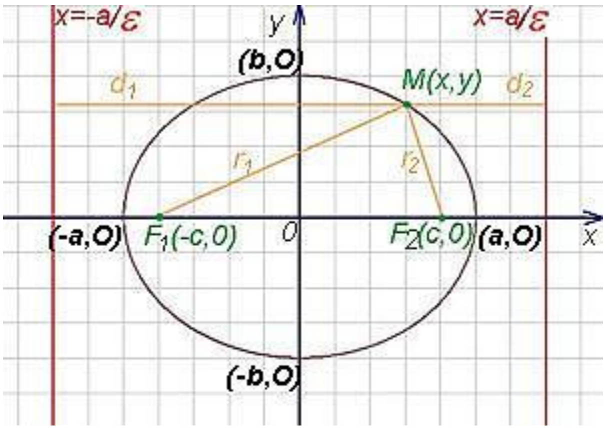
1. Теоретичні відомості.

2. Завдання для самостійного виконання.

2.1 Методичні вказівки до виконання самостійної роботи.

Теоретичні відомості

Означення. Еліпсом називається множина всіх точок площини, сума відстаней від яких до двох фіксованих точок є число постійне і дорівнює $2a$.



$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$	канонічне рівняння еліпса
$\frac{(x+\alpha)^2}{a^2}+\frac{(y+\beta)^2}{b^2}=1$	канонічне рівняння еліпса, центр якого знаходиться у точці $(\alpha;\beta)$
$O(0;0)$	центр еліпса;
$F_1(-c;0)$, $F_2(c;0)$	фокуси;
MF_1 і MF_2	фокальні радіуси;

$A_1A_2 = 2a$ a	велика вісь еліпса; велика піввісь;
$B_1B_2 = 2b$ b	маленька вісь еліпса маленька піввісь
$A_1(-a;0), A_2(a;0), B_1(0;-b), B_2(0;\ b)$	координати вершин еліпса
$F_1F_2 = 2c,\ c = \sqrt{a^2 - b^2}$	відстань між фокусами.
$\varepsilon = \dfrac{c}{a} < 1$	ексцентриситет
$x = \pm\dfrac{a}{\varepsilon}$	рівняння директрис

властивості еліпса

- ✓ еліпс має дві взаємно перпендикулярні осі симетрії (головні осі еліпса) і центр симетрії (центр еліпса). Якщо еліпс задано канонічним рівнянням, то його головними осями являються осі координат, а центром – початок координат;
- ✓ весь еліпс міститься всередині прямокутника;
- ✓ ексцентриситет еліпса $0 < \varepsilon < 1$;
- ✓ директриси еліпса розташовані зовні еліпса.

2. Завдання для самостійного виконання

Тестові завдання

Варіант 1

1. Еліпсом називається множина точок площини, для кожної з яких:

а) відстань до заданої точки дорівнює відстані до заданої прямої;	б) сума відстаней до двох фіксованих точок є величина стала;	в) добуток відстаней до двох фіксованих точок є величина стала;	г) модуль різниці відстаней до двох фіксованих точок є величина стала;	д) інша відповідь.

2. Канонічне рівняння еліпса має наступний вигляд:

а) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1;$	б) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1;$	в) $y^2 = 2px;$	г) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 0$	д) інша відповідь.

3. Ексцентриситетом еліпса називається число:

а) $\frac{b}{a};$	б) $\frac{a}{c};$	в) $\frac{b}{c};$	г) $\frac{c}{a};$	д) інша відповідь.

4. Для еліпса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b)$ половина віддалі міжфокусами cдорівнює:

а) $c = \sqrt{a^2 + b^2};$	б) $c = \sqrt{a^2 - b^2};$	в) $c = a - b;$	г) $c = a + b;$	д) інша відповідь.

5. Центром еліпса називається:

а) центр	б) вісь, на якій	в) центра	г)на	д) інша

перетину осей;	лежать фокуси;	немає;	директрисі;	відповідь.

6. Скласти канонічне рівняння еліпса з ексцентриситетом$\frac{3}{5}$, що проходить черезточку $(0; 8)$.

а)$\frac{x^2}{10}+\frac{y^2}{16}=1;$	б)$\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{8}=1;$	в)$\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1;$	г)$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{64}=1;$	д) інша відповідь.

7. Скласти канонічне рівняння еліпса, мала піввісь якогодорівнює 15, а лівий фокус міститься в точці $F_1(-10; 0)$.

а)$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{225}=1;$	б)$\frac{x^2}{625}+\frac{y^2}{225}=1;$	в)$\frac{x^2}{400}+\frac{y^2}{225}=1$	г)$\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{225}=1$	д) інша відповідь.

8. Скласти канонічне рівняння еліпса, який проходить через точки $A(3; 0)$, $B\left(2; \frac{\sqrt{5}}{3}\right)$.

а)$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{1}=1;$	б)$\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{1}=1;$	в)$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$	г)$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$	д) інша відповідь.

9. Скласти канонічне рівняння еліпса, велика вісь якого дорівнює 50, а ексцентриситет$\frac{3}{5}$.

а)$\frac{x^2}{50}+\frac{y^2}{16}=1;$	б)$\frac{x^2}{225}+\frac{y^2}{100}=1;$	в)$\frac{x^2}{625}+\frac{y^2}{400}=1$	г)$\frac{x^2}{900}+\frac{y^2}{225}=1$	д) інша відповідь.

10. Скласти канонічне рівняння еліпса, який проходить через точки $A(-3; 0)$, $B\left(1; \frac{\sqrt{40}}{3}\right)$.

а)$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1;$	б)$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{2}=1;$	в)$\frac{x^2}{81}+\frac{y^2}{25}=1$	г)$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$	д) інша відповідь.

Варіант 2

1. Еліпсом називається множина точок площини, для кожної з яких:

а) відстань до заданої точки дорівнює відстані до заданої прямої;	б) сума відстаней до двох фіксованих точок є величина стала;	в) добуток відстаней до двох фіксованих точок є величина стала;	г) модуль різниці відстаней до двох фіксованих точок є величина стала;	д) інша відповідь.

2. Канонічне рівняння еліпса має наступний вигляд:

а) $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1;$	б)$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1;$	в) $y^2=2px;$	г)$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=0$	д) інша відповідь.

3. Ексцентриситетом еліпса називається число:

а) $\frac{b}{a};$	б) $\frac{a}{c};$	в) $\frac{b}{c};$	г) $\frac{c}{a};$	д) інша відповідь.

4. Для еліпса$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b)$ половина віддалі міжфокусами cдорівнює:

а) $c=\sqrt{a^2+b^2}$;	б) $c=\sqrt{a^2-b^2}$;	в) $c=a-b$;	г) $c=a+b$;	д) інша відповідь.

5. Центром еліпса називається:

а) центр перетину осей;	б) вісь, на якій лежать фокуси;	в) центра немає;	г)на директрисі;	д) інша відповідь.

6. Скласти канонічне рівняння еліпса, який проходить через точку $(-5;0)$, ексцентриситет якого дорівнює$\frac{\sqrt{21}}{5}$.

а)$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$;	б)$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$;	в)$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{4}=1$	г)$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$	д) інша відповідь.

7. Скласти канонічне рівняння еліпса, велика піввісь якого дорівнює 4, а правий фокус міститься в точці $F_2(3;0)$.

а)$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{7}=1$;	б)$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$;	в)$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$	г)$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{5}=1$	д) інша відповідь.

8. Скласти канонічне рівняння еліпса, який проходить через точки $A(0;-2)B\left(\frac{\sqrt{15}}{2};1\right)$.

а)$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$;	б)$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$;	в)$\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$	г)$\frac{x^2}{15}+\frac{y^2}{4}=1$	д) інша відповідь.

9. Скласти канонічне рівняння еліпса з ексцентриситетом $\frac{7}{8}$, який проходить через точку$A(8;0)$.

а)$\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{16}=1$;	б)$\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{25}=1$;	в)$\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{15}=1$	г)$\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{36}=1$	д) інша відповідь.

10. Скласти канонічне рівняння еліпса, велика вісь якого дорівнює 12, а лівий фокус міститься в точці $F_1(-4;0)$.

а)$\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{128}=1$;	б)$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{20}=1$;	в)$\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{100}=1$	г)$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{16}=1$	д) інша відповідь.

2.1 Методичні вказівки до виконання самостійної роботи

1. Опрацювати теоретичний матеріал.
2. Тестові завдання оформити в зошиті для самостійних та практичних робіт. Вони складаються з п’яти теоретичних питань та п’яти практичних завдань. При оформленні роботи треба виконати необхідні обчислення у зошиті.

Критерії оцінки тестової роботи

Питання	Бали	Примітка
1 – 5	15	Кожна правильна відповідь 3 бали

6 – 10	35	Кожна правильна відповідь7 балів

Максимальний бал за роботу – **50 балів**

Шкала переводу балів в оцінку

Оцінка	Число балів, необхідне для отримання оцінки
« **5**» (відмінно)	44 - 50
« **4**» (добре)	36 - 43
« **3**» (задовільно)	22 - 29
« **2** « (незадовільно)	менше22

Тема: Канонічне рівняння гіперболи.

План

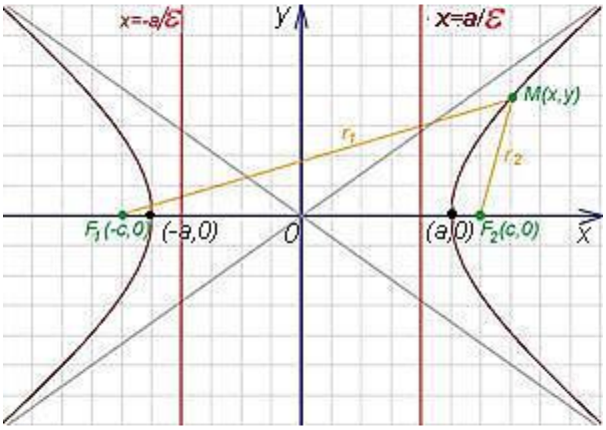
1. Теоретичні відомості.

2. Завдання для самостійного виконання.

2.1 Методичні вказівки до виконання самостійної роботи.

Теоретичні відомості

Означення. Гіперболою називається множина всіх точок площини, для яких модуль різниці відстаней до двох фіксованих точок площини є постійне число, причому менше за відстань між фіксованими точками і дорівнює $2a$.



$\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$	канонічне рівняння гіперболи
$O(0;0)$	центр гіперболи
$F_1(-c;0)$, $F_2(c;0)$	фокуси
$A_1A_2 = 2a$ a	дійсна вісь гіперболи; дійсна піввісь
$B_1B_2 = 2b$ b	уявна вісь гіперболи уявна піввісь

$A_1(-a;0), A_2(a;0)$	координати вершин гіперболи
$F_1F_2 = 2c,\ c = \sqrt{a^2+b^2}$	відстань між фокусами
$\varepsilon = \frac{c}{a} > 1$	ексцентриситет
$x = \pm\frac{a}{\varepsilon}$	рівняння директрис
$y = \pm\frac{b}{a}x$	рівняння асимптот

Властивості гіперболи

✓ гіпербола має дві осі симетрії (головні осі гіперболи) та центр симетрії (центр гіперболи);

✓ спряжена гіпербола, визначається канонічним рівнянням $\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$, для якого змінюються місцями дійсна та уявна вісь;

✓ ексцентриситет гіперболи$\varepsilon > 1$;

2. Завдання для самостійного виконання

Тестові завдання

Варіант 1

1. Гіперболою називається множина точок площини, для кожної з яких:

а) відстань до заданої точки дорівнює відстані до заданої прямої;	б) сума відстаней до двох фіксованих точок є величина стала;	в) добуток відстаней до двох фіксованих точок є величина стала;	г) модуль різниці відстаней до двох фіксованих точок є величина стала;	д) інша відповідь.

2. Канонічне рівняння гіперболи має наступний вигляд:

а) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$;	б) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$;	в) $y^2 = 2px$;	г) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 0$	д) інша відповідь.

3. Рівняння асимптот гіперболи$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$має вигляд ($\varepsilon$–ексцентриситет):

а) $x = \pm\frac{a}{\varepsilon}$;	б) $y = \pm\varepsilon \cdot x$;	в) $y = \pm\frac{a}{b}x$;	г) $y = \pm\frac{b}{a}x$;	д) інша відповідь.

4. Рівняння директрис гіперболи$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$має вигляд($\varepsilon$– ексцентриситет):

а) $x = \pm\frac{a}{\varepsilon}$;	б) $y = \pm\frac{b}{\varepsilon}$;	в)$y = \pm\frac{b}{a}x$;	г)$y = \pm\varepsilon \cdot x$;	д) інша відповідь.

5. Для гіперболи$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$половина віддалі між фокусами cдорівнює:

а) $c = a + b$;	б) $c = \sqrt{a^2 - b^2}$;	в) $c = \sqrt{a^2 + b^2}$;	г) $c = \sqrt{b^2 - a^2}$;	д) інша відповідь.

6. Скласти канонічне рівняння гіперболи, дійсна піввісь якої дорівнює 13, а ексцентриситет складає $\frac{14}{13}$.

а)$\frac{x^2}{169} - \frac{y^2}{27} = 1$;	б)$\frac{x^2}{169} - \frac{y^2}{25} = 1$;	в)$\frac{x^2}{169} - \frac{y^2}{49} = 1$;	г)$\frac{x^2}{169} - \frac{y^2}{100} = 1$;	д) інша

				відповідь.

7. Скласти канонічне рівняння гіперболи, якщо відомо рівняння асимптот $y = \pm\frac{3}{4}x$ та ексцентриситет $\frac{5}{4}$.

а) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$;	б) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$;	в) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$	г) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$	д) інша відповідь.

8. Скласти канонічне рівняння гіперболи, яка проходить через точки $A(6; 0)$, $B(-2\sqrt{2}; 1)$.

а) $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{4} = 1$;	б) $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{25} = 1$;	в) $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{3} = 1$	г) $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{5} = 1$	д) інша відповідь.

9. Скласти канонічне рівняння гіперболи, мала піввісь якої дорівнює 4, а лівий фокус міститься в точці $F_1(-11; 0)$.

а) $\frac{x^2}{105} - \frac{y^2}{16} = 1$;	б) $\frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{16} = 1$;	в) $\frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{4} = 1$	г) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{4} = 1$	д) інша відповідь.

10. Скласти канонічне рівняння гіперболи, дійсна піввісь якої дорівнює 9, а ексцентриситет якої дорівнює $\frac{4}{3}$.

а) $\frac{x^2}{81} - \frac{y^2}{64} = 1$;	б) $\frac{x^2}{81} - \frac{y^2}{49} = 1$;	в) $\frac{x^2}{81} - \frac{y^2}{63} = 1$	г) $\frac{x^2}{81} - \frac{y^2}{36} = 1$	д) інша відповідь.

Варіант 2

1. Гіперболою називається множина точок площини, для кожної з яких:

а) відстань до заданої точки дорівнює відстані до заданої прямої;	б) сума відстаней до двох фіксованих точок є величина стала;	в) добуток відстаней до двох фіксованих точок є величина стала;	г) модуль різниці відстаней до двох фіксованих точок є величина стала;	д) інша відповідь.

2. Канонічне рівняння гіперболи має наступний вигляд:

а) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$;	б) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$;	в) $y^2 = 2px$;	г) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 0$	д) інша відповідь.

3. Рівняння асимптот гіперболи $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ має вигляд (ε–ексцентриситет):

а) $x = \pm\frac{a}{\varepsilon}$;	б) $y = \pm\varepsilon \cdot x$;	в) $y = \pm\frac{a}{b}x$;	г) $y = \pm\frac{b}{a}x$;	д) інша відповідь.

4. Рівняння директрис гіперболи $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ має вигляд(ε– ексцентриситет):

а) $x = \pm\frac{a}{\varepsilon}$;	б) $y = \pm\frac{b}{\varepsilon}$;	в) $y = \pm\frac{b}{a}x$;	г) $y = \pm\varepsilon \cdot x$;	д) інша відповідь.

5. Для гіперболи $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ половина віддалі між фокусами c дорівнює:

а) $c = a + b$;	б) $c = \sqrt{a^2 - b^2}$;	в) $c = \sqrt{a^2 + b^2}$;	г) $c = \sqrt{b^2 - a^2}$;	д) інша відповідь.

6.Скласти канонічне рівняння гіперболи, якщо рівняння асимптот $y = \pm\frac{x}{3}$, а велика вісь дорівнює 6.

а)$\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{1}=1$;	б)$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{1}=1$;	в)$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$	г)$\frac{x^2}{81}-\frac{y^2}{36}=1$	д) інша відповідь.

7. Скласти канонічне рівняння гіперболи, яка проходить через точки $A\left(\sqrt{\frac{32}{3}};1\right)$, $B(8;0)$.

а)$\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{4}=1$;	б)$\frac{x^2}{64}-\frac{y^2}{25}=1$;	в)$\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{3}=1$	г)$\frac{x^2}{64}-\frac{y^2}{9}=1$	д) інша відповідь.

8. Скласти канонічне рівняння гіперболи, мала піввісь якої дорівнює 3, а правий фокус міститься в точці $F_1(7;0)$.

а)$\frac{x^2}{49}-\frac{y^2}{9}=1$;	б)$\frac{x^2}{40}-\frac{y^2}{9}=1$;	в)$\frac{x^2}{58}-\frac{y^2}{9}=1$	г)$\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{9}=1$	д) інша відповідь.

9. Скласти канонічне рівняння гіперболи, велика піввісь якої дорівнює 5, а ексцентриситет складає$\frac{7}{5}$.

а)$\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{24}=1$;	б)$\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{4}=1$;	в)$\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$	г)$\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{9}=1$	д) інша відповідь.

10. Скласти канонічне рівняння гіперболи, якщо рівняння асимптоту$y=\pm\frac{x}{2}$, а ексцентриситет дорівнює$\frac{\sqrt{5}}{2}$.

а)$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$;	б)$\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{9}=1$;	в)$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{4}=1$	г)$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{1}=1$	д) інша відповідь.

2.1 Методичні вказівки до виконання самостійної роботи

1. Опрацювати теоретичний матеріал.
2. Тестові завдання оформити в зошиті для самостійних та практичних робіт. Вони містять п’ять теоретичних питань та п’ять практичних завдань. При оформленні роботи треба виконати необхідні обчислення у зошиті.

Критерії оцінки тестової роботи

Питання	Бали	Примітка
1 – 5	15	Кожна правильнавідповідь3 бали
6 – 10	35	Кожна правильнавідповідь7 балів

Максимальний бал за роботу – **50 балів**

Шкала переводу балів в оцінку

Оцінка	**Число балів, необхідне для отримання оцінки**
« **5**» (відмінно)	44 - 50
« **4**» (добре)	36 - 43
« **3**» (задовільно)	22 - 29
« **2** « (незадовільно)	менше22

Тема : Канонічне рівняння параболи.

План

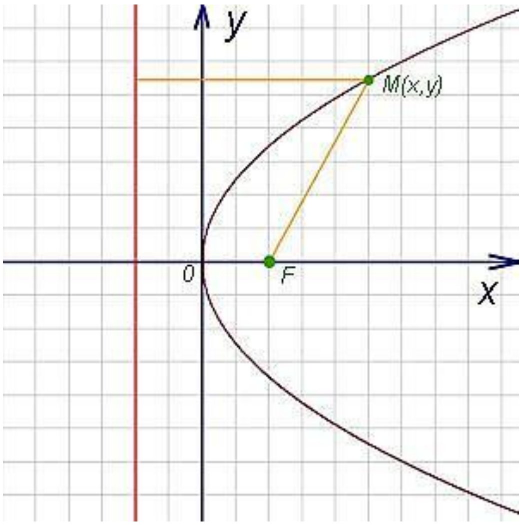
1. Теоретичні відомості.

2. Завдання для самостійного виконання.

2.1 Методичні вказівки до виконання самостійної роботи.

Теоретичні відомості

Означення. Параболою називається множина всіх точок площини, рівновіддалених від фіксованої точки і фіксованої прямої.



$y^2 = 2px$	канонічне рівняння параболи
$(y-\beta)^2 = 2p(x-\alpha)$	канонічне рівняння параболи, якщо вершина знаходиться у точці $(\alpha;\beta)$
$O(0;0)$	центр параболи
$F\left(\frac{p}{2};0\right)$	фокус
$x = -\frac{p}{2}$	рівняння директриси

властивості параболи

- ✓ парабола має вісь симетрії (вісь параболи). Точка перетину параболи з віссю називається вершиною параболи. Якщо парабола задана канонічним рівнянням, то її віссю являється вісь $0x$, а вершиною – початок координат.
- ✓ вся парабола розташована у правій півплощині площини $0xy$;

2. Завдання для самостійного виконання

Тестові завдання

Варіант 1

1. Параболою називається множина точок площини, для кожної з яких:

а) відстань до заданої точки дорівнює відстані до заданої прямої;	б) сума відстаней до двох фіксованих точок є величина стала;	в) добуток відстаней до двох фіксованих точок є величина стала;	г) модуль різниці відстаней до двох фіксованих точок є величина стала;	д) інша відповідь.

2. Канонічне рівняння параболи має наступний вигляд:

а) $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$;	б)$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$;	в) $y^2=2px$;	г)$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=0$	д) інша відповідь.

3. Для параболи $y^2=2px$параметр p – це:

а) подвоєна віддаль від фокуса до директриси;	б) віддаль від вершини до фокуса;	в) віддаль від вершини до директриси;	г) віддаль від фокуса до директриси;	д) інша відповідь.

4. Нехай ε– ексцентриситет лінії другого порядку. Які з наведених нижче тверджень є правильними:
1) для еліпса $\varepsilon\ >1$;
2) для кола $\varepsilon=1$;
3) для гіперболи $\varepsilon\ >1$;
4) для кола $\varepsilon=0$.

а) 2 і 3;	б) 1 і 4;	в) 3 і 4;	г) 1 і 2;	д) інша відповідь.

5. Яка з наступних ліній не має центра симетрії:

а) гіпербола;	б) парабола;	в) коло;	г) еліпс;	д) інша відповідь.

6. Скласти канонічне рівняння параболи симетричної щодо осі Oy, якщо рівняння директриси $y=9$.

а)$x^2=-18y$;	б)$x^2=9y$;	в)$x^2=-36y$;	г)$x^2=18y$;	д) інша відповідь.

7. Скласти канонічне рівняння параболи яка проходить через точку $(4;1)$ і симетрична відносно осі Oy.

а)$x^2=16y$;	б)$x^2=-8y$;	в)$x^2=8y$;	г)$x^2=-16y$;	д) інша відповідь.

8. Скласти канонічне рівняння параболи симетричної щодо осі Ox, якщо рівняння директриси$x=-4$.

а)$y^2=8x$;	б)$y^2=-8x$;	в)$y^2=16x$;	г)$y^2=-16x$;	д) інша відповідь.

9. Скласти канонічне рівняння параболи яка проходить через точку $(4;-8)$ і симетрична відносно осі Ox.

а)$y^2 = 16x$;	б)$y^2 = 8x$;	в)$y^2 = -32x$;	г)$y^2 = 24x$;	д) інша відповідь.

10. Скласти рівняння кола, яке проходить через точку $(2;-5)$ і має центр, що співпадає з вершиною параболи $x^2 = -2(y + 1)$

а)$x^2 + (y-1)^2 = 40$;	б)$x^2 + (y+1)^2 = 20$;	в)$x^2 + (y-1)^2 = 36$	г)$x^2 + (y+1)^2 = 25$	д) інша відповідь.

Варіант 2

1. Параболою називається множина точок площини, для кожної з яких:

а) відстань до заданої точки дорівнює відстані до заданої прямої;	б) сума відстаней до двох фіксованих точок є величина стала;	в) добуток відстаней до двох фіксованих точок є величина стала;	г) модуль різниці відстаней до двох фіксованих точок є величина стала;	д) інша відповідь.

2. Канонічне рівняння параболи має наступний вигляд:

а) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$;	б)$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$;	в) $y^2 = 2px$;	г)$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 0$	д) інша відповідь.

3. Для параболи $y^2 = 2px$параметр p – це:

а) подвоєна віддаль від фокуса до директриси;	б) віддаль від вершини до фокуса;	в) віддаль від вершини до директриси;	г) віддаль від фокуса до директриси;	д) інша відповідь.

4. Нехай ε– ексцентриситет лінії другого порядку. Які з наведених нижче тверджень є правильними:
1) для еліпса $\varepsilon > 1$;
2) для кола $\varepsilon = 1$;
3) для гіперболи $\varepsilon > 1$;
4) для кола $\varepsilon = 0$.

а) 2 і 3;	б) 1 і 4;	в) 3 і 4;	г) 1 і 2;	д) інша відповідь.

5. Яка з наступних ліній не має центра симетрії:

а) гіпербола;	б) парабола;	в) коло;	г) еліпс;	д) інша відповідь.

6.Скласти канонічне рівняння параболи симетричної щодо осі Oy, якщо рівняння директриси $y = -1$.

а)$x^2 = 2y$;	б)$x^2 = -y$;	в)$x^2 = 4y$;	г)$y^2 = 2x$;	д) інша відповідь.

7. Скласти канонічне рівняння параболи, яка проходить через точку $(4;-10)$ і симетрична відносно осі Oy.

а)$x^2 = \frac{4}{3}y$;	б)$x^2 = -\frac{8}{5}y$;	в)$x^2 = -\frac{8}{3}y$;	г)$y^2 = -\frac{4}{3}x$;	д) інша відповідь.

8. Скласти канонічне рівняння параболи симетричної щодо осі Ox, якщо рівняння директриси$x = 6$.

а)$y^2 = 6x$;	б)$y^2 = -12x$;	в)$y^2 = -24x$;	г)$y^2 = 18x$;	д) інша відповідь.

9. Скласти канонічне рівняння параболи, яка проходить через точку $(-5;10)$ і симетрична відносно осі Ox.

а)$y^2 = 10x$;	б)$y^2 = -20x$;	в)$y^2 = 20x$;	г)$y^2 = -10x$;	д) інша відповідь.

10. Яку лінію визначає рівняння $x^2 + 4x - 4y + 8 = 0$.

а) парабола $(x-1)^2 = 4(y-1)$ з вершиною $C(1;-2)$, параметр $p = 2$;	б)коло $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 4$ з центром $C(-2;\ 1)$, $R = 2$;	в)парабола $(x+1)^2 = 4(y-1)$ з вершиною $C(-2;1)$, параметр $p = 2$;	г)коло $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ з центром у $C(-1;\ 2)$, $R = 4$;

2.1 Методичні вказівки до виконання самостійної роботи

1. Опрацювати теоретичний матеріал.

2. Тестові завдання оформити в зошиті для самостійних та практичних робіт. Вони містять п'ять теоретичних питань та п'ять практичних завдань. При оформленні роботи треба виконати необхідні обчислення у зошиті.

Критерії оцінки тестової роботи

Питання	Бали	Примітка
1 – 5	15	Кожна правильнавідповідь3 бали
6 – 10	35	Кожна правильнавідповідь7 балів

Максимальний бал за роботу – **50 балів**

Шкала переводу балів в оцінку

Оцінка	**Число балів, необхідне для отримання оцінки**
« **5**» (відмінно)	44 - 50
« **4**» (добре)	36 - 43
« **3**» (задовільно)	22 - 29
« **2** « (незадовільно)	менше22