Тема 6. Складання рівнянь прямої на площині.

План

1. Теоретичні відомості

2. Завдання для самостійного виконання.

2.1 Методичні вказівки до виконання самостійної роботи.

2.2 Зразок оформлення ІДЗ.

Теоретичні відомості

рівняння прямої за двома точками

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1} \qquad (1)$$

відстань від точки до прямої

$$d=\left|\frac{Ax_0+By_0+C}{\sqrt{A^2+B^2}}\right| \qquad (2)$$

кут між двома прямими

Для прямих, що задані рівняннями з кутовим коефіцієнтом	$\operatorname{tg}\theta=\operatorname{tg}(\varphi_2-\varphi_1)=\frac{\operatorname{tg}\varphi_2-\operatorname{tg}\varphi_1}{1+\operatorname{tg}\varphi_1\operatorname{tg}\varphi_2}=\frac{k_2-k_1}{1+k_1k_2}$	(3)
Для прямих, що задані загальними рівняннями	$\cos\theta=\pm\frac{A_1\cdot A_2+B_1\cdot B_2}{\sqrt{A_1^2+B_1^2}\cdot\sqrt{A_2^2+B_2^2}}$	(4)
Для прямих, що задані канонічними рівняннями	$\cos\theta=\pm\frac{l_1\cdot l_2+m_1\cdot m_2}{\sqrt{l_1^2+m_1^2}\cdot\sqrt{l_2^2+m_2^2}}$	(5)

рівняння прямої, паралельної даній

$$y-y_0=k(x-x_0) \qquad (6)$$

де $k=-\frac{A}{B}$ – знаходимо із загального рівняння прямої і умови паралельності прямих.

умови паралельності прямих

Для прямих, що задані рівняннями з кутовим коефіцієнтом	$k_2=k_1$	(7)
Для прямих, що задані загальними рівняннями	$\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}$	(8)
Для прямих, що задані канонічними рівняннями	$\frac{l_1}{l_2}=\frac{m_1}{m_2}$	(9)

рівняння прямої, що перпендикулярна даній

$y - y_0 = k(x - x_0)$, де $k = -\frac{A}{B}$ – знаходимо із загального рівняння прямої і умови перпендикулярності прямих.

умови перпендикулярності прямих

Для прямих, що задані рівняннями з кутовим коефіцієнтом	$k_2 = -\frac{1}{k_1}$	(10)
Для прямих, що задані загальними рівняннями	$A_1A_2 + B_1B_2 = 0$	(11)
Для прямих, що задані канонічними рівняннями	$l_1l_2 + m_1m_2 = 0$	(12)

знаходження точки перетину двох прямих

Координати точки перетину двох прямих (якщо вони не паралельні), знаходяться як розв'язок системи: $\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2 = 0 \end{cases}$.

2. Завдання для самостійного виконання

Індивідуальне домашнє завдання (номер варіанта відповідає номеру у журналі). Відомі координати вершин трикутника ABC . Необхідно:

1. Знайти координати нормального вектора і кутовий коефіцієнт прямої BC;
2. Скласти рівняння прямої AA_1 паралельно BC;
3. Скласти рівняння висоти AH;
4. Скласти рівняння медіани BM;
5. Знайти точку перетину прямих AH і BM, якщо

1	A (2, -2)	B (5, 4)	C (-2, 0)
2	A (-2, 2)	B (-5, -4)	C (2, 0)
3	A (-2, -2)	B (-5, 4)	C (2, 0)
4	A (2, 2)	B (5, -4)	C (-2, 0)
5	A (-2, 2)	B (4, 5)	C (0, -2)
6	A (2, -2)	B (-4, -5)	C (0, 2)
7	A (2, 2)	B (-4, 5)	C (0, -2)
8	A (-2, -2)	B (4, -5)	C (0, 2)
9	A (1, -2)	B (4, 4)	C (-3, 0)
10	A (-1, 2)	B (-4, -4)	C (3, 0)
11	A (-1, -2)	B (-4, 4)	C (3, 0)
12	A (1, 2)	B (4, -4)	C (-3, 0)
13	A (-2, 1)	B (4, 4)	C (0, -3)
14	A (2, -1)	B (-4, -4)	C (0, 3)
15	A (2, 1)	B (-4, 4)	C (0, -3)
16	A (-2, -1)	B (4, -4)	C (0, 3)

17	A (1, 0)	B (0, 3)	C (-5, -2)
18	A (-1, 0)	B (0, -3)	C (5, 2)
19	A (-1, 0)	B (0, 3)	C (5, -2)
20	A (1, 0)	B (0, -3)	C (-5, 2)
21	A (0, 1)	B (3, 0)	C (-2, -5)
22	A (0, -1)	B (-3, 0)	C (2, 5)
23	A (0, -1)	B (3, 0)	C (-2, 5)
24	A (0, 1)	B (-3, 0)	C (2, -5)

2.1 Методичні вказівки до виконання самостійної роботи

1. Опрацювати теоретичний матеріал.
2. Оформити роботу в зошиті для самостійних та практичних робіт

2.2 Зразок оформлення індивідуального домашнього завдання

Завдання. Відомі координати вершин трикутника ABC: $A(-1;2)$, $B(3;-1)$, $C(2;-3)$. Необхідно:

1. Знайти координати нормального вектора і кутовий коефіцієнт прямої BC;
2. Скласти рівняння прямої AA_1 паралельно BC;
3. Скласти рівняння висоти AH;
4. Скласти рівняння медіани BM;
5. Знайти точку перетину прямих AH і BM.

Розв'язання:

1. Використовуючи формулу (1), отримаємо $\frac{x-3}{2-3}=\frac{y+1}{-3+1}$ або $\frac{x-3}{-1}=\frac{y+1}{-2}$. використовуючи властивість пропорції маємо: $-2(x-3)=-1(y+1)$. Розкриємо дужки: $-2x+6=-y-1$ або $2x-y-7=0$.

$\vec{n}=(2;-1)$, $k=-\frac{A}{B}=-\frac{2}{-1}=2$.

2. Із загального рівняння прямої $2x-y-7=0$, знайдемо k_1: $k_1=2$. Із умови паралельності (7), знаходимо k_2: $k_2=k_1=2$. Підставимо координати точки A та значення кутового коефіцієнта у формулу (6), отримаємо:

$y-2=2(x+1)\Rightarrow y-2=2x+2\Rightarrow 2x-y+4=0.$

3. Із загального рівняння прямої $2x-y-7=0$, знайдемо k_1: $k_1=2$. Із умови перпендикулярності (10), знаходимо k_2: $k_2=-\frac{1}{k_1}=-\frac{1}{2}$. Підставимо координати точки A та значення кутового коефіцієнта у формулу (6), отримаємо:

$y-2=\frac{1}{2}(x+1)\Rightarrow 2(y-2)=x+1\Rightarrow 2y-4=x+1\Rightarrow x-2y+5=0.$

4. Знайдемо координати середини відрізка AC:

$x=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{-1+2}{2}=\frac{1}{2}$; $y=\frac{y_1+y_2}{2}=\frac{2-3}{2}=-\frac{1}{2}$.

Використовуючи формулу (1), отримаємо $\frac{x-3}{\frac{1}{2}-3} = \frac{y+1}{-\frac{1}{2}+1}$ або $\frac{x-3}{-\frac{5}{2}} = \frac{y+1}{\frac{1}{2}}$.

$\frac{1}{2}(x-3) = -\frac{5}{2}(y+1) \Rightarrow x-3 = -5y-5 \Rightarrow x+5y+2=0.$

5. Розв'яжемо систему рівнянь $\begin{cases} x-2y+5=0 \\ x+5y+2=0 \end{cases}$, що складається з рівнянь прямих. Домножимо перше рівняння на (-1) і додамо результат до другого рівняння:

$$-x+2y-5=0$$

$$+$$

$$x+5y+2=0$$

$$\overline{7y-3=0 \Rightarrow y=\frac{3}{7}}$$

Підставивши $y=\frac{3}{7}$ в перше рівняння маємо: $x-2\cdot\frac{3}{7}-5=0 \Rightarrow x=\frac{41}{7}$.

Отже точка перетину даних прямих - $K(\frac{41}{7};\frac{3}{7})$.